

MTSK EN LA APROPIACIÓN DE UNA INGENIERÍA DIDÁCTICA APLICADA SOBRE PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS DE FRACCIONES

**MTSK in the assumption of a didactic engineering applied on multiplicative
problems of fractions**

Esparza-Rodríguez, E.^a; Lizarde-Flores, E.^b

^a Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"; ^b Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos"

Temática: 3 – MTSK en diferentes temas y etapas

Resumen. La ponencia comunica los avances de una investigación que tiene como objetivo analizar los conocimientos especializados de matemáticas que los docentes de 6° de Educación Primaria ponen en juego para interpretar y aplicar una Ingeniería Didáctica sobre Problemas multiplicativos con fracciones. La investigación surge en respuesta a los problemas de enseñanza que manifiestan los docentes cuando enseñan este contenido y del reconocimiento estructural de las lecciones propuestas en los libros de texto de Matemáticas para Educación Primaria. Se han diseñado 12 Situaciones Didácticas que conforman las clases concebidas para la Ingeniería Didáctica y los temas que se abordan muestran una secuencialidad de complejización. Para ejemplificar la configuración de las sesiones se presenta la sesión 8 "Calcula el área: Fracción x Fracción" y se explican sus apartados.

Palabras clave. Enseñanza, Conocimiento, Didáctica, Matemáticas.

Abstract. The presentation communicates the advances of an investigation that aims to analyze the specialized knowledge of mathematics that teachers of 6th grade of Primary Education put into play to interpret and apply a Didactic Engineering on multiplicative problems with fractions. The research arises in response to the teaching problems that teachers manifest when they teach this content and the structural recognition of the lessons proposed in the textbooks of Mathematics for Primary Education. 12 Didactic Situations have been designed that make up the classes conceived for Didactic Engineering, and the topics addressed show a sequential complexity. To exemplify the configuration of the sessions, session 8 "Calculate the area: Fraction x Fraction" is presented and its sections are explained.

Keywords. Teaching, Knowledge, Didactics, Mathematics.

INTRODUCCIÓN

La Investigación Educativa es un ámbito del conocimiento que, desde diversos enfoques, se está desarrollando de manera considerable. La implementación de metodologías permite caracterizarla de un rigor científico, y además los resultados posibilitan la solución u orientación de problemas que los profesores enfrentan en su práctica de enseñanza.

Ante esta premisa y como parte del programa de estudio de la Maestría en Docencia para la Educación Básica, en la Escuela Normal Rural "Gral. Matías Ramos Santos", San Marcos, Loreto, Zac. México, se expone el avance de una investigación de tesis, que se ubica en la línea del "Conocimiento Disciplinar y Didáctico del profesor de Matemáticas"

del programa del posgrado; se focaliza en la enseñanza de Problemas Multiplicativos de Fracciones en 6° grado de Educación Primaria.

A partir de la revisión de literatura y de las experiencias de prácticas docentes, así como del análisis sobre la estructura de las lecciones en los actuales libros de texto de Matemáticas, se realiza el planteamiento del problema de la investigación. Las aportaciones de algunos autores permiten reconocer dificultades que enfrentan los profesores, para la enseñanza de problemas multiplicativos de fracciones. Además, se plantea hasta donde las lecciones que se proponen en los libros de texto de Matemáticas de 6° grado, orientan al profesor y qué tareas le dejan a cargo.

La investigación se realiza con y para profesores de 6° grado de Educación Primaria, con el desarrollo de una propuesta de enseñanza que promueva en sus alumnos procesos de construcción de conocimiento matemático con un sentido conceptual y procedimental, ante una de las tareas más complejas, que es la enseñanza y aprendizaje de las fracciones en problemas multiplicativos. Para lograr consolidar una propuesta de enseñanza, que se pueda sugerir a los profesores con dificultad para enseñar problemas multiplicativos de fracciones, se define la Ingeniería Didáctica como metodología, para la cual se diseñaron 12 Situaciones Didácticas. Finalmente se muestra la sesión 8 “Calcula el área: Fracción x Fracción” con la intención de ejemplificar el diseño que caracteriza a cada de las clases concebidas. Su configuración está basada en el tipo de interacciones que el alumno puede tener con el contenido u objeto matemático que sustenta la Teoría de las Situaciones Didácticas.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Lizarde, Hernández y Loera (2015) hablan sobre “Problemas de enseñanza en las Matemáticas”, que consisten en los desafíos y las dificultades que manifiestan los profesores cuando enseñan un contenido matemático. La investigación emerge del reconocimiento de problemas de enseñanza que enfrentan los profesores con respecto al contenido de problemas multiplicativos que involucran números fraccionarios, presente en el currículo de Matemáticas para nivel Primaria.

Teniendo en cuenta a Moriel-Junior, Wielewski, y Carrillo (2019), Billstein, Libeskind y Lott (2008), concuerdan que los docentes enfrentan dificultades para la enseñanza de la multiplicación y división con fracciones. Esto produce prácticas en las que se favorece la memorización de los algoritmos de estas operaciones. Hasta cierto punto, se entiende la presencia de ciertas dificultades, sobre todo con la división de fracciones, debido a que se caracteriza por ser poco intuitiva y, de acuerdo con Ma (2011) “...la división por fracciones, la operación más complicada, con los números más complejos, se puede considerar un tema en la cima de la aritmética” (p. 71) Las dificultades que enfrentan los docentes limitan las condiciones para proponer situaciones y tareas de aprendizaje oportunas y promover la construcción del conocimiento matemático de los alumnos.

Es importante señalar que los profesores de nivel primaria, además del Plan y Programas de estudios 2011, su referencia principal y material de apoyo para trabajar los contenidos de Matemáticas, es el libro de texto gratuito de “Desafíos Matemáticos”. En la Figura 1, se muestra la estructura de las lecciones en las que se abordan problemas multiplicativos de fracciones en 6° grado, para el caso de División de fracción entre un número natural:

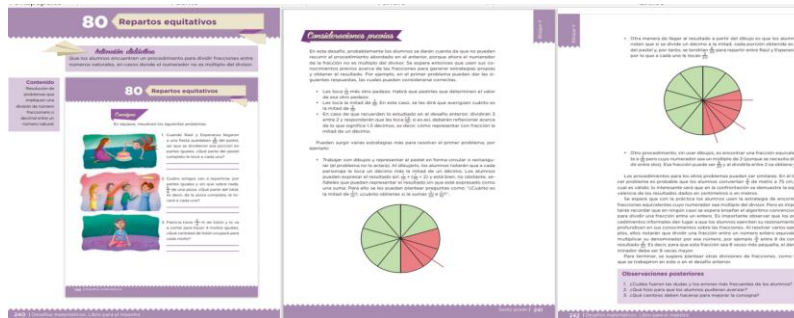


Figura 1. Lección del Libro de texto, Desafíos Matemáticos de 6° de Educación Primaria.

El contenido que se aborda es “Resolución de problemas que implica una división de número fraccionario o decimal entre un número natural” (SEP, 2011, p. 146); y tiene como intención didáctica: “Que los alumnos encuentren un procedimiento para dividir fracciones entre números naturales, en casos donde el numerador no es múltiplo del divisor.” (SEP, 2011, p.146).

Las actividades de la lección consisten en el planteamiento de tres problemas contextualizados con objetos divisibles diferentes (pizzas, pasteles y listones), en las que se encuentra la interpretación de la fracción como parte-todo. En esencia, en cada uno de los problemas sólo se cuestiona sobre el resultado de una división en el que se implica un número fraccionario que tiene que ser dividido entre un número entero. La característica de estas operaciones es que el numerador de la fracción no es múltiplo del número entero entre el cual se está dividiendo.

En las consideraciones previas, se sugiere al profesor reconocer el uso que los estudiantes pueden hacer de sus conocimientos para desarrollar los procedimientos de resolución de cada uno de los problemas. Además, plantea algunas de las respuestas o procedimientos que los alumnos pueden manifestar y utilizar, incluso se propone la posibilidad de trabajar con representaciones gráficas como el modelo circular.

En base a lo descrito anteriormente, se puede reflexionar que: las lecciones de los libros de texto sólo presentan problemas en los que se pone en juego el contenido que se explicita abordar, se trata de un único tipo de tarea a realizar. A pesar de que en éstas se realizan sugerencias, en las consideraciones previas, que describen posibles procedimientos y respuestas de los alumnos, no se hace presente el cómo favorecer la construcción y reflexión del contenido matemático y poco abona para resarcir las dificultades que enfrenta el profesor, en el análisis de la lección y en la explicitación del proceso de construcción de un conocimiento matemático por parte de los alumnos, lo cual requiere de la puesta en juego de su conocimiento especializado sobre matemáticas y su enseñanza.

Ante ello, el problema focaliza como sujetos de investigación a los profesores, al plantear las dificultades que presentan cuando enseñan problemas multiplicativos de fracciones, producidas como consecuencia de un deficiente análisis matemático del concepto, que imposibilita cargar de sentido a los procedimientos de multiplicación y división de fracciones en todos sus tipos. Esto sugiere la necesidad de proponer lecciones de clase que orienten al profesor en cómo enseñar este contenido matemático y poner atención en los conocimientos especializados de matemáticas que pone en juego para interpretarlas, entenderlas y aplicarlas.

Para lo anterior, se plantea la conveniencia de emplear el modelo MTSK, como herramienta de análisis, para reconocer y describir los conocimientos especializados que

los profesores de matemáticas, pueden reflejar en la enseñanza de cualquier contenido matemático. El MTSK “Se ha diseñado pensando en la implementación para la investigación sobre el conocimiento que tenga el profesor sobre la matemática en general, de conocimientos matemáticos particulares y de su aprendizaje” (Carrillo, Escudero, y Flores, 2014, p. 16). Por lo tanto, es factible distinguir el modelo MTSK, como el marco para identificar y analizar de forma integral, los conocimientos especializados que involucran los profesores en la apropiación de una propuesta de enseñanza configurada en una Ingeniería Didáctica sobre problemas multiplicativos con fracciones.

Objetivo General

Analizar la manera en que profesores de 6° grado, ponen en juego su conocimiento especializado de matemáticas para interpretar, comprender y aplicar una Ingeniería Didáctica sobre problemas Multiplicativos con Fracciones.

Pregunta Principal de Investigación

¿De qué manera los profesores de 6°, ponen en juego su Conocimiento Especializado de Matemáticas para apropiarse y poner en práctica una Ingeniería Didáctica aplicada a problemas multiplicativos con Fracciones?

MARCO TEÓRICO

Teoría de las Situaciones Didácticas

La Teoría de las Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (2007), es el sustento teórico de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995). Consiste en una teoría para la enseñanza de las matemáticas a partir del análisis de las interacciones entre: docente, alumnos y saberes. Las situaciones, es el modelo bajo el cual pueden interactuar los sujetos y el saber, a través de un medio, que determina un conocimiento, Brousseau (2007) afirma que “[...] ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial” (p.16), y establece un sistema de situaciones:

-Acción: Los alumnos interactúan con el medio, demostrando la habilidad para resolver problemas poniendo en práctica los conocimientos que ya tienen, para la toma de decisiones bajo el esquema de solución que el mismo alumno diseñe. “Para un sujeto ‘actuar’ consiste en elegir directamente los estados del medio antagonista en función de sus propias motivaciones. Si el medio reacciona con cierta regularidad el sujeto puede llegar a relacionar algunas informaciones con sus decisiones.” (Brousseau, 2007, p. 24)

-Formulación: La información que se generó con las interacciones de los alumnos con el medio, representan un conocimiento que pretende en esta fase, poner en juego la “[...] capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo, y reconstruirlo en un sistema lingüístico)” (Brousseau, 2007, p. 24) los estudiantes intercambian mensajes, discuten y reestructuran las temáticas empleadas.

-Validación: “Los esquemas de la acción y de la formulación conllevan procesos de corrección, ya sea empírica o apoyada en aspectos culturales, para asegurar, la pertinencia, adecuación, adaptación, conveniencia de los conocimientos movilizados.” (Brousseau, 2007, p. 26) El alumno que participaba como informante de procedimientos, se convierte en proponente que expone la forma de su proceder y, el anterior receptor, ahora es un oponente.

-Institucionalización: Brousseau (2007), señala que los procesos desarrollados por los alumnos durante las fases anteriores, encaminan hacia la necesidad de que los conocimientos que se pusieron en juego, pasen a la formalización, permitiendo la

conformación de los saberes matemáticos, es expuesto y explicado por el profesor, apoyándose y utilizando los recursos concebidos en las fases anteriores.

Problemas Multiplicativos de Fracciones

Carrillo (2016) propone las diferentes formas en las que se estructuran los problemas multiplicativos: de razón (razón, razón-reparto y razón-agrupamiento), de comparación multiplicativa (comparación-multiplicación y comparación-división) y de combinación multiplicativa (producto cartesiano-multiplicación y producto cartesiano-división) y los caracteriza de la siguiente manera:

...la multiplicación se corresponde con aquellos problemas en los que se conoce el valor de una parte y el número de partes, y se busca el valor total. La división, por el contrario, se corresponde con aquellos problemas en los que se conoce el total y el valor de una parte y se busca el número de ellas, o se conoce el total y el número de partes y se busca el valor de una parte. (p. 39)

Llinares y Sánchez (1997), definen la fracción concretizando que proviene de Fractio, es decir, romper, “[...] por un lado se presenta como ‘la división de un todo en sus partes’ o ‘las partes de un todo’. Por otro lado, dentro de los significados propios de aritmética, aparecen acepciones tales como ‘número quebrado’, ‘expresión que indica una división que no puede efectuarse’, etc.” (p. 18). Billstein, Libeskind y Lott (2008) conceptualizan la multiplicación entre fracciones y hace referencia a la definición de multiplicación cuando opera con números naturales a través de una suma iterada o repetida: “Para motivar la definición de multiplicación de números naturales, usamos la interpretación de multiplicación como suma repetida. Bajo esa acepción, de suma repetida, podemos interpretar $3 \left(\frac{3}{4}\right)$ como sigue: $3 \left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ El modelo de área, según los mismos autores es otra manera de calcular este producto:

$$3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Figura 2. Modelo de áreas.

MTSK: Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

Shulman (1986) caracteriza el conocimiento de los profesores, al mencionar 7 categorías que lo conforman, una de ellas es el “Conocimiento didáctico del contenido”, que es la base para el desarrollo de modelos con carácter de especificidad para analizar el conocimiento del Profesor de Matemáticas. En primer término, se encuentra el equipo de trabajo encabezado por Ball (2005), que propone un modelo para organizar y operativizar el conocimiento del profesor de matemáticas a través de investigaciones sobre la práctica que denominan Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), conformado por dos dominios: conocimiento de la materia (MK) y conocimiento didáctico del contenido (PCK) (Ball, Hill y Bass 2005).

Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán del grupo SIDM, consideran las categorías desarrolladas por Sulman (1986), y el modelo MKT de Ball, Hill y Bass (2005), y proponen un modelo analítico que pone como objeto de estudio el conocimiento del profesor de matemáticas; el MTSK, el cual lo definen “...partimos de la base de varias asunciones, que condicionaron el modelo desarrollado. La primera de ellas es la especialización. Entendemos que la especialización del conocimiento de un profesor deriva de su profesión (profesor de matemáticas) en que la enseñanza es un elemento definitorio, la segunda asunción es la especificidad del modelo a la enseñanza de las matemáticas...” (Muñoz-Catalán, y otros, 2015, p. 1807) Se conforma por dos dominios

que integran conocimientos de diferente naturaleza: Conocimiento Matemático (MK) y conocimiento didáctico del contenido (PKC).

METODOLOGÍA

La ingeniería didáctica es una metodología de investigación que consiste en “...un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático. [...]” (Douady, 1995, p. 241); consta de las siguientes fases que describe Artigue (1995): 1. Análisis preliminar: El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza, el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución; 2. Diseño y análisis a priori: Desde la concepción se inicia con el proceso de validación interna de la Ingeniería Didáctica; es la parte de la investigación en la que se toman decisiones importantes sobre las variables que se van a involucrar en el diseño de las Situaciones Didácticas, además el análisis a priori permite tener un control de los significados que se están manejando. Es así, que se tiene un parte descriptiva y predictiva; 3. Experimentación: Es la realización de la ingeniería; 4. Análisis a posteriori y evaluación: Se relaciona toda la información recolectada a lo largo del proceso de análisis a priori y de la experimentación y se complementa con otros datos recolectados con la aplicación de algunos instrumentos. Las hipótesis realizadas en las primeras fases se comprueban.

Sujetos y Actividades para la investigación

La Ingeniería Didáctica está diseñada para que la apliquen 2 profesores de 6° de educación primaria, con las siguientes características: Ser un docente que esté frente a un grupo de 6° grado, tener mínimo 4 años de servicio y que haya trabajado con quinto y sexto grado en ciclos escolares anteriores.

Las actividades que se plantean realizar conforme a las fases de la metodología y al tipo de información que se quiere recuperar en coherencia con el objetivo de la investigación, se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 1. Proceso de la ingeniería y actividades a realizar

Periodo	Actividades
Octubre-diciembre 2020	Análisis preliminares
Marzo y abril de 2021	Diseño de la Ingeniería Didáctica
Mayo- junio de 2021	Análisis a priori
Mayo-junio 2021	Elaboración de las entrevistas
Junio 2021	Entrega de la Ingeniería y aplicación de entrevistas
Junio-septiembre 2021	Experimentación o aplicación de la Ingeniería Didáctica
Junio- septiembre 2021	Observación de las video clases y elaboración de entrevistas
Julio-diciembre 2021	Análisis a posteriori y evaluación

Las categorías para analizar la información recuperada, se establecen en los subdominios del modelo MTSK, con el propósito de estudiar el conocimiento especializado que los profesores de matemáticas ponen en juego para realizar cada uno de estos procesos.

RESULTADOS PARCIALES

Hasta este momento de la investigación, el avance que se puede describir es el diseño de las 12 Situaciones Didácticas que conforman la Ingeniería Didáctica, distribuidas en 13 sesiones de clase y se está consolidando el análisis a priori, dando paso a su experimentación.

Se realizó un análisis de los contenidos y aprendizajes presentes en el Plan y Programas de estudios 2011 para Educación Primaria y se tomaron como base las aportaciones de Ma (2011) para conformar el paquete de conocimientos y la secuencialidad de las clases.

Cabe mencionar que, como valoración del desarrollo secuencial, se propone abordar en la ingeniería didáctica un contenido más avanzado que no se establece para educación primaria, se trata de la división de número entero entre una fracción y la división de fracción entre fracción. El siguiente esquema refleja la secuencialidad de complejización que se les da a los temas que conforman el campo de los problemas multiplicativos de fracciones:

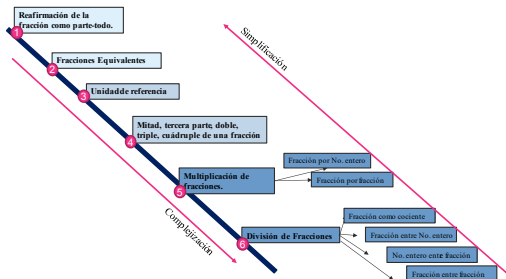


Figura 3. Complejización de los temas

Se inicia con un contenido sobre la representación de fracción como parte todo en contextos de medición de longitudes, de superficies y de capacidades, se retroalimentan los conocimientos sobre las características de las fracciones. En seguida se avanza con el tema de “Unidad de referencia” y “Mitad, tercera parte, doble, triple de una fracción” consideradas como situaciones introductorias. Se continúa con la “Multiplicación de fracción por un número entero”, “Multiplicación de fracción por fracción”, se llega a la “División de fracción entre número entero”, “División de entero entre fracción” y “División de fracción entre fracción”; éstos dos últimos temas de la división, no forman parte del currículo de Educación primaria, pero con el desarrollo que se propone para el proceso de aprendizaje, permite que los alumnos lleguen a su comprensión. La ingeniería didáctica se presenta a los profesores y alumnos en forma de lecciones de libro de matemáticas, especificando apartados para cada tipo de tarea que se propone realizar. En la Figura 4, se presenta el ejemplo de la clase 8 a manera de una infografía:

La infografía muestra un ejemplo de una lección de matemáticas con varias secciones explicativas:

- Lo que ya conozco...:** Valoración de conocimientos previos: Se realizan preguntas o ejercicios muy sencillos, que tienen como propósito reconocer algunos conocimientos previos importantes para que los alumnos desarrollen la sesión. Además se comienza a dar una especie de introducción al tema que se trabajará en la situación didáctica.
- ¿Cómo lo hice?:** Este apartado se concibe para reconocer de manera explícita la Fase de Formulación. El tercer apartado de la sesión, pide a los alumnos formular una explicación en la que justifiquen lo que consideran para el desarrollo de sus procedimientos y la forma en la que actúan para darle solución al problema. Permite que los alumnos construyan argumentos que posteriormente comunicarán o compartirán con sus compañeros. Es adecuado que el docente permita que los alumnos describan de manera escrita sus justificaciones, resaltando la importancia y funcionalidad de hacerlo, para la posterior puesta en común.
- Hagamos Matemáticas:** Se continúa con la parte que corresponde a la Fase de Validación. Antes de iniciar con esta fase, el docente pide a los alumnos que compartan y expongan los procedimientos construidos en la fase de acción y descritos en la fase de formulación. Después de reconocer los procedimientos elaborados por los alumnos, se inicia con tareas que llevan a conocer procedimientos alternativos para la solución de la situación problemática que ofrecen los personajes que están interactuando a través de los diálogos. En la validación, además de comparar los procedimientos que los alumnos desarrollaron, posibilidad que se aborden otros, que bien, pueden ser parecidos o diferentes a los que los alumnos ya hayan realizado. Estos procedimientos van indicando a la manera en la que se puede ir construyendo el conocimiento matemático, pasando de lo informal, al lo formal.
- Resolución y aprendizaje:** En esta tarea se desarrolla la Fase de Acción. Se plantea la situación problemática que los alumnos tendrán que resolver con el bagaje de conocimientos que poseen para reconocer y construir un procedimiento que consideren pertinente o adecuado para darle solución. Por lo tanto se les da un espacio para su desarrollo. En esta parte el docente actúa como un observador de los procedimientos que desarrollan los alumnos, reconociendo sus estrategias, dificultades, logros o descubrimientos, y al conocer esto el docente de manera intencionada pueda utilizar el la fase de validación.
- Aprendimos que...:** En este apartado se presenta la Fase de Institucionalización, a los alumnos información y un cierre avizor de formalización del contenido matemático abordado en la situación didáctica. Permite activar conceptos, nociones y saber hacer procedimientos formales, con el uso de ejemplos explícitos con uso de representaciones gráficas y simbólicas.
- Reflexión del aprendizaje:** En este apartado se realiza una extensión de los contenidos que ya se trabajaron, presentando nuevas situaciones, en las cuales los alumnos aplican el conocimiento desarrollado y se permite su consolidación.

 El ejemplo de la lección muestra un problema de área de un rectángulo y una tarea de división de fracciones.

Figura 4. Infografía clase 8

CONCLUSIÓN

La ponencia da cuenta del avance que se tiene en la investigación cuyo objetivo consiste en analizar el conocimiento especializado que ponen en juego el profesor matemáticas de 6° grado, en la apropiación de una Ingeniería Didáctica que considera como contenido Matemático los problemas multiplicativos con Fracciones, ya que es, desde la literatura, uno de los contenidos matemáticos más complejos tanto para su enseñanza como para su aprendizaje. En su diseño se parte de la consideración de que la estructura de las lecciones de los actuales libros de texto de Matemáticas no favorece los procesos de construcción de conocimientos sobre el tema, lo cual genera la necesidad de que se expliciten otros tipos de tareas que mejoren el sistema de sugerencias didácticas para los profesores y, en consecuencia, contribuyan a la mejora de los aprendizajes de los alumnos.

La estructura de la Ingeniería Didáctica, al recuperar el paquete de conocimientos sobre el tema matemático que se investiga permitirá consolidarse como una propuesta de enseñanza que realmente sea un apoyo y orientación para el profesor que enfrenta dificultades en la enseñanza de este contenido, sobre todo porque favorece la explicitación sobre la gradualidad y complejización del saber y recupera un enfoque explícito de enseñanza (la Teoría de las situaciones didácticas) que en conjunto contribuyen a la construcción de un conocimiento matemático por parte de los alumnos.

REFERENCIAS

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Una empresa docente
- Ball, D. L., Hill, H., y Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for teaching. *American educator*, 14-43
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Billstein, R; Libeskind, S. y Lott, J. (2008). *Matemáticas. Un enfoque de resolución de problemas para maestros de educación básica*. México: López Mateos editores.
- Carrillo, J., Escudero, Escudero, Flores, E. (2018). El uso del MTSK en la formación inicial del profesor de matemáticas de primaria. *For-Mate. Revista de análisis matemático y didáctico para profesores*, 16-26.
- Lizarde, E.; Hernández, F y Loera, S. (2015). “Problemas de enseñanza”: una alternativa para la construcción del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En *Memoria electrónica del congreso nacional de investigación educativa*. Vol 2, No. 1
- Llinares, S., & Sánchez, V. (1997). *Fracciones. La relación parte-todo*. España: Síntesis
- Ma. L. (2010) *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales. La comprensión de las matemáticas fundamentales que tienen los profesores en China y los EE.UU*. Chile: Academia chilena de ciencias.
- Moriel_Junior, J., Wielewski, G., & Carrillo, J. (2019). Meta-análise sobre Conhecimento para Ensinar Divisão de Frações. *Bolema*, 988-1026
- Muñoz-Catalán , M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. Á., y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *LA GACETA DE LA RSME*, 1801-1817.
- SEP. (2014). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Sexto grado*. México: Autor.
- Shulman, L. (2005). Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la Nueva Reforma. Profesorado. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9, 2, 1 – 30