CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICA EN EL TEMA DE ECUACIÓN CUADRÁTICA VISTO DESDE EL USO DE EJEMPLOS

Specialized Knowledge of the math teacher in the topic of a quadratic equation seen from the use of examples

Sánchez-Acevedo, N.[a]; Sosa-Guerrero, L.[b]

[a]Universidad de Huelva; [a] Universidad Alberto Hurtado; [b] Benemérita Universidad Autónoma de Zacatecas

Temática: 3 – MTSK en diferentes temas y etapas

Resumen. El conocimiento del profesor de Matemáticas es un área que ha sido objeto de investigación desde hace décadas; cada vez con un mayor aporte a la caracterización y comprensión del conocimiento necesario para la enseñanza. Adoptamos el Modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) para caracterizar el conocimiento de una profesora cuando usa ejemplos para enseñar la resolución de ecuaciones cuadráticas completas e incompletas. Nos apoyamos en una metodología cualitativa, bajo un diseño de estudio de casos instrumental y los análisis se realizan a través de observaciones de aula. Dentro de los principales resultados encontrados evidenciamos un alto conocimiento de los temas (KoT) en relación con procedimientos y algunos indicios de conocimiento sobre KFLM. Finalizamos, con algunas proyecciones del trabajo futuro en relación con los subdominios del modelo e interconexiones entre estos.

Palabras clave. Conocimiento especializado, Profesor de Matemáticas, Ejemplos, Ecuación cuadrática

Abstract. The knowledge of the mathematics teacher is an area that has been the object of research for decades; each time with a greater contribution to the characterization and understanding of the knowledge necessary for teaching. We adopt the Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK) Model to characterize a teacher's knowledge when she uses examples to teach solving complete and incomplete quadratic equations. We rely on a qualitative methodology, under an instrumental case study design and the analyzes are carried out through classroom observations. Among the main results found, we evidenced a high knowledge of the topics (KoT) in relation to procedures and some indications of knowledge about KFLM. We finalize the conclusions, with some projections of future work in relation to the subdomains of the model and interconnections between them.

Keywords. Specialized knowledge, Math teacher, Examples, Quadratic equation

INTRODUCCIÓN

Los ejemplos juegan un rol relevante en la enseñanza de conceptos, procedimientos y como ejercicios que permiten una familiarización con ideas nuevas y el desarrollo de procedimientos elementales (Rowland, Turner, Thwaites y Huckstep, 2009). Con mayor o menor intencionalidad, son uno de los recursos más usados por profesores en la enseñanza. Su uso está condicionado a la finalidad y los objetivos que se pretenden desarrollar en relación con el contenido matemático y para ello, se requiere de un conocimiento sobre qué ejemplos pueden ser más idóneos en relación con las características y los objetivos de enseñanza (Huckstep, Rowland y Thwaites, 2002).

El conocimiento sobre los ejemplos y su naturaleza es relevante para la enseñanza y la intencionalidad que se les da a esos ejemplos (Figueiredo, Contreras y Blanco, 2012). Es por ello, que explorar el conocimiento especializado del profesor de Matemática (Carrillo *et al*., 2018) en relación con el uso de ejemplos para la enseñanza y su uso es una tarea importante.

De acuerdo con lo anterior, es que nos proponemos como objetivo identificar y caracterizar el conocimiento especializado que moviliza una profesora de Matemática en la enseñanza del contenido de resolución de ecuaciones cuadráticas. Trataremos de mostrar este conocimiento a partir de evidencias empíricas, derivadas directamente de las observaciones de su práctica.

REFERENTES TEÓRICOS

Desde el trabajo pionero de Shulman (1986), en que hace patente la importancia del Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), diversos investigadores se han interesado en comprender en el conocimiento profesional del profesor de Matemáticas para la enseñanzaBall, Thames y Phelps (2008), Blaumert y Kunter (2013), Rowland, Turner, Thwaites y Huckstep (2009), entre otros.

En particular, desde el modelo MTSK, creemos que el conocimiento del profesor tiene un carácter especializado, tanto desde lo matemático como de lo didáctico, con base en el contenido matemático (Scheiner et al., 2019). El MTSK *(Mathematics Teacher's Specialised Knowledge)* (Carrillo et al., 2018), nos aporta una mirada analítica del conocimiento especializado que se moviliza en el aula de Matemática (Rojas, Flores y Carrillo, 2015).

El MTSK está organizado en tres dominios. El Conocimiento Matemático (MK), el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) y un tercer dominio, el de las creencias (de las matemáticas y enseñanza y aprendizaje hacia las matemáticas) (García-González y Pascual-Martín, 2017) (Figura 1)

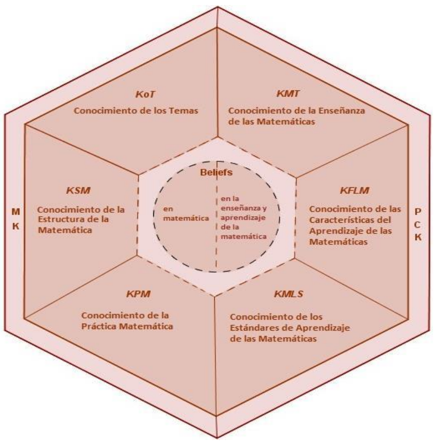

Figura 1. Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018)

El dominio MK (Mathematical Knowledge) está compuesto por tres subdominios: Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura de la Matemáticas (KSM), y Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM).

Por su parte, el PCK (Pedagogical Content Knowledge) se compone del Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las matemáticas (KFLM), y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS).

Algunas consideraciones sobre los ejemplos

Los ejemplos en clase de Matemáticas son un recurso relevante en la enseñanza de las Matemáticas y como parte del conocimiento del profesor de Matemática. En este trabajo, compartimos la propuesta de Leinhardt (2001), quien plantea que un ejemplo es parte importante de una buena explicación, que en nuestro caso se centra en las explicaciones de la profesora a través del uso de ejemplos. La elección de los ejemplos y el conocimiento que se moviliza a partir de estos, no es una tarea trivial, de hecho, los ejemplos presentan ciertas características distintivas y su conocimiento dotaría de riqueza en relación con su uso e intencionalidad en clase. Una de estas características, es la variación, aspecto que propone que el aprender algo, consiste en hacer nuevas distinciones; simultáneamente, discernir algo de, y relacionarlo con, un contexto (Marton y Booth, 1997). Posteriormente Mason y Watson (2005) lo ampliaron a la idea de dimensión de variación posible. Esta variación, es tanto más útil y visible en el aprendizaje de algún concepto, si se hace uso de secuencias de ejemplos para que la atención se focalice en los aspectos críticos de los ejemplos relevantes (Bills et al., 2006). Además, de la variación, los ejemplos presentan otra característica, que es la noción de transparencia a una representación, la cual se relaciona con un concepto cualquiera. En términos simples, una representación *transparente* es aquella que representa lo que se quiere representar y una representación opaca, es aquella que enfatiza algunos aspectos de la representación e invisibiliza otros.

METODOLOGÍA

Nos situamos desde un paradigma interpretativo, bajo una aproximación cualitativa. El diseño de investigación es un estudio de caso de tipo instrumental (Stake, 1999), aspectos que nos permiten adentrarnos en la comprensión del conocimiento de una profesora de Matemática de secundaria en el tema de ecuación cuadrática. El caso en cuestión, de seudónimo Jenny, es una profesora de Matemáticas y Física, con 5 años de experiencia con estudiantes de entre 14 a 18 años de Chile.

Este trabajo, es parte de la investigación doctoral en curso (del primer autor), denominada *Conocimiento Especializado de una profesora de Matemática en la enseñanza del tema de ecuación y función cuadrática al hacer uso de ejemplos*, la cual se encuentra en proceso de análisis de los resultados. Las etapas de análisis comprendidas en la investigación se muestran en la Figura 2, a partir de los acercamientos que se realizan en el análisis de los datos.

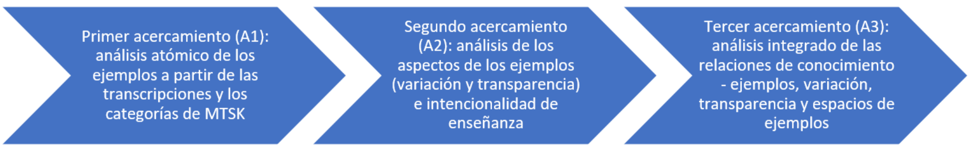

Figura 2. Etapas de análisis de la investigación

La recolección de información se ha llevado a cabo a través de 12 videograbaciones de aula; de las cuales se realizaron las respectivas transcripciones y la observación ha sido no participante (Flick, 2015) complementando éstas, con notas de campo. La información que se ha recogido de las grabaciones de aula (Tabla 1) se complementará con entrevistas a la profesora que nos permitirán corroborar indicios de conocimiento al usar ejemplos para la enseñanza.

Tabla 1. Número de la clase y contenido tratado del tema de ecuación cuadratica

N° de la clase	Contenido
1	Repaso de técnicas de factorización
2	Coeficientes de una ecuación cuadrática. Resolución de ecuaciones cuadráticas
3	Ecuaciones cuadráticas. Identificación de coeficientes y técnicas de factorización
4	Resolución de ecuaciones cuadráticas por medio de fórmula general
5	Discriminante de una ecuación cuadrática y propiedades de raíces
6	Aplicaciones de las propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática
7	Aplicaciones de uso de la ecuación cuadrática

Aquí, presentamos los resultados del análisis realizado (primer acercamiento, Figura 2) de una de las clases (clase 2), considerando los aportes en relación con las evidencias e indicios que se presentaron. Aun cuando no hacemos uso de codificación alguna en este trabajo, presentamos la codificación que se utiliza en la investigación doctoral. Usamos la nomenclatura [C_x,y]–[U_i-f], donde la letra **y** denota el número del episodio (ejemplo) y **x** denota en número de la clase en la que se ubica el episodio (ejemplo). Cada episodio (ejemplo), en particular, puede contener más de una unidad de información, por lo tanto, la nomenclatura U_i-f (en corchetes) denota la unidad de información que comienza en la línea i y finalizan en la línea f para cada unidad de información. Para las evidencias de conocimiento, se destaca la codificación en negrita (**[C_x,y]–[U_i - f]**) y para los indicios de conocimiento, se deja la codificación en cursiva (*[C_x,y]–[U_i - f]*).

La validación se realiza por medio de procesos de triangulación de consenso de expertos (Flick, 2015).

ALGUNOS RESULTADOS

Para mostrar los resultados de la sesión 2, hemos organizado las evidencias e indicios del conocimiento matemático y didáctico en torno al tema de ecuación cuadrática, en particular, la resolución de ecuaciones cuadráticas por medio de la técnica de factorización. La presentación de los resultados, se realiza en orden cronológico en relación con los ejemplos que usó Jenny en la sesión 2.

En la sesión 2, Jenny presenta el objetivo de enseñanza de la clase: *trabajar en la resolución de ecuaciones cuadráticas completas e incompletas*. Para ello, inicia con un repaso de la clase anterior, en la que recordó las técnicas de factorización usuales, introdujo la definición de ecuación cuadrática, junto con la identificación de coeficientes de una ecuación a partir del uso de diversos ejemplos. En la Tabla 3, mostramos los ejemplos usados por Jenny en esta sesión

Tabla 2. Número de clase y temática tratada

N°	Ejemplo	Descripción y agrupación
1	$x^2+3x+2=0$	Ejemplos de repaso para identificar coeficientes de ecuaciones cuadráticas
2	$-3{,}2x^2=3x+5$	
3	$x(x+2)=6(x+5)$	
4	$(2x+1)^2=0$	
5	$x^2-4=0$	Ejemplo para recordar factorización de ecuación de la forma $ax^2+c=0$
6	$ax^2+bx=0$	Ecuaciones cuadráticas estándares y o estándares de la forma $ax^2+bx=0$ para resolver por factorización
7	$3x^2+9x=0$	
8	$3x^2-2x=0$	
9	$2x^2=18$	
10	$2x^2=18x$	

11	$x^2 - 10x + 9 = 0$	Ecuaciones cuadráticas completas estándares para resolver por factorización e introducir el uso de la fórmula general
12	$x^2 - x - 6 = 0$	
13	$x^2 + 8x + 14 = 0$	

De la Tabla 2, vemos que Jenny, utilizó 13 ejemplos de acuerdo al objetivo propuesto. Se presenta acá a partir de la agrupación de los ejemplos que usa la profesora, una oportunidad de conocimiento para explorar sobre la intencionalidad y consciencia que podría tener Jenny sobre estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) en relación con la potencialidad de enseñanza al agrupar los ejemplos de manera ordenada de acuerdo al objetivo planteado. Vemos, además, que los ejemplos, están en relación con el orden de la clase, es decir, ejemplos para identificar coeficientes, ejemplos para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas con $b = 0$, ejemplos para resolver ecuaciones cuadráticas incompletas con $c = 0$ y ecuaciones cuadráticas completas para resolver por algoritmo de factorización.

Mostramos algunos fragmentos que dan cuenta de evidencias de conocimiento de Jenny sobre los ejemplos (episodios) presentados en la clase.

En relación con el ejemplo 2 ($-3{,}2x^2 = 3x + 5$), Jenny pregunta a sus estudiantes sobre los coeficientes de la ecuación presentada, la cual no está escrita en forma estándar y los estudiantes responden $a = -3{,}2$, $b = 3$ y $c = 5$, ante esto la profesora pregunta:

P: El tres y cinco negativos ¿Por qué tiene negativo el tres y cinco? Okey Si, ¡Muy bien! Lo primero que debo hacer, el primer paso es… ordenar ¿Si? Menos tres equis a la dos… perdón es tres coma dos, menos tres equis, más cinco [Corrige] Menos cinco ¿Cierto? [Anota en la pizarra $-3{,}2x^2 - 3x - 5 = 0$]

A partir de este fragmento, vemos que Jenny muestra indicios de conocimiento sobre *KFLM* (*Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje*), pues Jenny parece saber (al realizar la pregunta) que los estudiantes podrían presentar dificultades de aprendizaje, que pueden derivar en errores al identificar coeficientes de una ecuación cuadrática en forma no estándar. Asociado a este conocimiento, identificamos, también, evidencias de conocimiento en relación con **procedimientos (KoT)**, pues sabe ordenar una ecuación cuadrática expresada en forma no estándar a una estándar, y luego identificar los coeficientes de la ecuación cuadrática.

Del ejemplo 5 ($x^2 - 4 = 0$), vemos que la ecuación presentada es de tipo incompleta ($b = 0$) y se muestra en forma estándar. En este caso, la intención de Jenny con este ejemplo (y los restantes) es enseñar a resolver ecuaciones cuadráticas por el algoritmo de la factorización. Se muestra el siguiente fragmento:

P Cuatro ¿Qué aplico ahora?

E Raíz cuadrada.

P ¡Muy bien! [La profesora desarrolla el ejercicio en la pizarra] Equis ¿La raíz cuadrada de cuatro?

E dos.

P ¿Sólo dos?

E No.

P Positivo y negativo. ¿Sí? Ya ¡Perfecto! eh…quedamos en

De donde identificamos que Jenny moviliza conocimiento sobre **KoT (procedimientos-¿cómo se hace?)**, pues el algoritmo convencional para encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$ cuando aplica raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad para obtener las soluciones $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$. De este mismo fragmento, vemos indicios de conocimiento sobre *KFLM (fortalezas y dificultades)*, que se desprende cuando Jenny pregunta *¿sólo dos?* dada la respuesta de los estudiantes de una única solución ($x = 2$) en la resolución de la ecuación cuadrática, es decir, podría saber que los estudiantes tienen dificultades de aprendizaje al aplicar una raíz cuadrada en una igualdad.

En el ejemplo 6 ($ax^2 + bx = 0$); que es una ecuación cuadrática incompleta con $c = 0$, Jenny, pereciese intencionar junto a sus estudiantes, encontrar una expresión general para resolver este tipo de ecuaciones, aspecto que se presenta como una oportunidad para explorar en el KMT de Jenny sobre la intencionalidad sobre el uso de ciertos ejemplos de acuerdo a los objetivos de aprendizaje propuestos. Jenny pregunta a los estudiantes sobre el coeficiente que toma el valor cero (*¿cuál vamos a tener cero?*) respondiendo de manera errónea los estudiantes comentando que el coeficiente que valía cero era el a. A partir de esto, se muestra, el tratamiento que da Jenny en esta ecuación:

P: La c ¡Muy bien! La a no… no porque si tenemos la a ¿Qué va a pasar si tenemos la a igual cero? ¿Qué tipo de ecuación sería? Lineal de primer grado ¿Cierto? Entonces ahí ya no… nos devolveríamos ¿Sí? Entonces ahora esta… [Refiriéndose al término C de la fórmula de ecuación cuadrática] No está. Entonces sería a equis cuadrado, b equis, igual cero

A partir de este fragmento, evidenciamos conocimiento de Jenny sobre **KoT (definiciones, propiedades y sus fundamentos)**, pues la profesora conoce que, como definición de una ecuación cuadrática, es que el coeficiente del término cuadrático sea $a \neq 0$, y que en caso contrario la ecuación será de tipo lineal.

Jenny sigue el procedimiento para resolver la ecuación cuadrática planteada, realizando la factorización y llegando a las soluciones de la ecuación para $x = 0$ y $ax + b = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$ que da cuenta de evidencia de conocimiento sobre **KoT (procedimientos)**. Así mismo, y en relación con las soluciones de la ecuación cuadrática, comenta:

P Y esas serían las dos respuestas de este tipo de ecuación.

E ¿Tienen respuestas distintas?

P Sí, va a tener una con cero y la otra (…)

De donde identificamos evidencias de conocimiento sobre KoT (procedimientos-características del resultado), pues la profesora conoce de antemano que una ecuación cuadrática incompleta con $c = 0$ tiene siempre una solución igual a cero ($x_1 = 0$) y otra que viene dada por $ax + b = 0$.

En la Tabla 3, presentamos una síntesis de las evidencias e indicios de conocimientos de Jenny movilizados a partir de los ejemplos usados en la clase 2.

Tabla 3. Número de clase y temática tratada

Dominio - Sub dominios	**Categoría - Indicadores**
MK - KoT	*[KoT-1_procedimientos]* Jenny parece conocer sobre propiedades y fundamentos relativos a la propiedad distributiva para realizar operaciones algebraicas y dejar una ecuación cuadrática igualada a cero.
	[KoT-2_procedimientos] Jenny sabe ordenar una ecuación cuadrática expresada en forma no estándar a una estándar, para luego identificar sus coeficientes.

	[KoT-3_procedimientos] Jenny conoce como procedimiento convencional que, para llegar a identificar los coeficientes de una ecuación cuadrática no estándar, se debe resolver el cuadrado de binomio aplicando la fórmula.
	[KoT-4_procedimientos] Jenny conoce que como algoritmo alternativo para encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$ se despeja y aplicar raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad.
	[KoT-5_procedimientos] Jenny conoce de antemano que una ecuación cuadrática incompleta con $c = 0$ tiene siempre una solución igual a cero ($x_1 = 0$) y otra que viene dada por $ax + b = 0$.
	[KoT_6_procedimientos] Jenny sabe que la factorización de algunas ecuaciones cuadráticas completas no solo requiere de la identificación de los factores enteros, sino que también, de condiciones de signos para una correcta factorización.
	[KoT_7_procedimientos] Jenny conoce que algunas ecuaciones cuadráticas no pueden ser resueltas por el método de factorización, haciendo necesario el uso de otro método de resolución (uso de fórmula).
	[KoT-8_procedimientos] Jenny, conoce que, como definición de una ecuación cuadrática, una condición necesaria, es que el coeficiente del término cuadrático sea $a \neq 0$, y que en caso contrario la ecuación será de tipo lineal.
MK - KFLM	*[KFLM-1_ fortalezas y dificultades]* Jenny parece saber que los estudiantes presentan dificultades que pueden derivar en errores al identificar los coeficientes de una ecuación cuadrática expresada en forma no estándar.
	[KFLM-2 fortalezas y dificultades] Jenny sabe que los estudiantes pueden cometer errores en su aprendizaje al aplicar la raíz cuadrada en ecuaciones cuadráticas incompletas con $b = 0$.

Se aprecia de la Tabla 3 que Jenny moviliza en gran medida conocimiento en relación con los procedimientos para la resolución de ecuaciones cuadráticas, lo que puede estar fundamentado por carácter de los contenidos enseñado y el foco en lo procedimental. Dentro de la misma clase, emergen indicios y oportunidades de conocimiento en relación con KMT (estrategias, técnicas, tareas, y ejemplos).

CONCLUSIONES

A partir del objetivo planteado en este trabajo y la clase analizada de Jenny (clase 2 de 12), se evidencia que el MTSK de la profesora es en gran parte sobre el KoT, específicamente en relación con los procedimientos (¿cómo se hace? ¿Cuándo puede hacerse? ¿Por qué se hace así? y características), aspecto que puede deberse al contexto y tipo de enseñanza al que tributan los objetivos de aprendizaje en Chile y la institución educativa en que se encontraba Jenny en ese momento específico. Se obtienen indicios de conocimiento de la profesora sobre KFLM, particularmente centrados en fortalezas y dificultades. Tal conocimiento, podría atribuirse al conocimiento que tiene Jenny sobre errores típicos que cometen los estudiantes cuando realizan operaciones para resolver ecuaciones cuadráticas. En este sentido, y con base en las evidencias identificadas y el análisis de este primer acercamiento (análisis atómico de una clase solo a partir de las transcripciones), el conocimiento de Jenny tiene foco en el dominio matemático, particularmente, en el conocimiento sobre procedimientos relativos a la resolución de ecuaciones cuadráticas expresadas en forma estándar y no estándar, como también, métodos de factorización para ecuaciones cuadráticas completas e incompletas.

En lo que sigue, sobre esta clase y la investigación en la que se inserta este trabajo, se están construyendo las entrevistas adecuadas para las clases y corroborar los indicios de conocimiento que han emergido en los análisis de las transcripciones de clases, aspectos que no son claramente identificables a partir de las observaciones de aula. En este sentido, la aplicación de estas entrevistas a Jenny, podría aportarnos evidencias de conocimiento en relación con el KMT y KFLM y sus posibles conexiones, por una parte, desde los aspectos de la enseñanza, como también desde el conocimiento sobre las formas de aprendizaje de los estudiantes.

Finalmente, y si bien es cierto, este trabajo presenta un pequeño aporte al total de las clases que son analizadas (12 en total), el mayor aporte viene dado a partir de elementos que son (aun) claramente visibles de la simple observación y que pretendemos rescatar de las entrevistas que realizaremos a Jenny en relación con las características de los ejemplos, variación y transparencia, como también, los espacios de ejemplos de los que se apoya Jenny y cómo estos elementos se conectan con su MTSK. Estas tres características (de las que sólo se enunciaron dos y que solo se describen en el marco de referencia), pensamos que nos podrían aportar evidencias de conocimiento suficientemente fuertes en relación con el KMT y el conocimiento que sustentaría, relevando la secuenciación de ejemplos y la variación para el aprendizaje de ecuaciones y función cuadrática.

Referencias

Ball, D.L., Thames, M.H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Baumert, J., & Kunter, M. (2013). The COACTIV model of teachers' professional competence. En M. Kunter, J. Baumert, W. Blum, U. Klusmann, S. Krauss, & M. Neubrand (Eds.), *Cognitive activation in the mathematics classroom and professional competence of teachers* pp. 25–48). New York, NY: Springer.10.1007/978-1-4614-5149-5.

Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., et al. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, *20*(3), 236–253.

Figueiredo, C.A., Contreras, L.C. & Blanco, L.J. (2012). La ejemplificación del concepto de función: diferencias entre profesores noveles y profesores expertos. *Educación Matemática*, *24*(1), 73-105.

Flick, U. (2015). *El diseño de la investigación cualitativa*. (Trad. Tomás del Amo y Carmen Blanco). Madrid, España: Ediciones Morata S.A.

Huckstep, P., Rowland, T. y Thwaites, A. (2002). *Primary Teachers' Mathematics Content Knowledge: What does it look like in the Clasrroom?*. Proceedings of BERA Conference. Exeter. Disponible en: http://education.pwv.gov.za/content/documents/

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema*, *29*(51), 143-166.

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. y Huckstep, P. (2009). Transformation: Using examples in mathematics teaching. En T. Rowland, F. Turner, A. Thwaites, y P. Huckstep (Eds), *Developing Primary Mathematics Teaching: Reflecting on Practice with the Knowledge Quartet* (pp. 67-100). London: Sage.

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. y Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching: reflecting on practice with the Knowledge Quartet*. Londres: SAGE.

Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J. y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(1), 153-172.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Stake, R.E. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.