

# DISEÑO DE TAREAS FORMATIVAS PARA CARACTERIZAR EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO Y DIDÁCTICO DE ÁREA Y VOLUMEN DEL DOCENTE DE MATEMÁTICA DEL NIVEL PRIMARIO

## DESIGN OF TASK FORMATIVE TO CHARACTERIZE THE MATHEMATICAL AND DIDACTIC KNOWLEDGE OF AREA AND VOLUME OF THE PRIMARY LEVEL MATHEMATICS TEACHER

Beteta-Salas, M.<sup>a</sup>; Quintana-Sánchez<sup>b</sup>, D.; Mejía-Alemán, L.<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Universidad de Lima; <sup>b</sup> Universidad Nacional de Piura; <sup>c</sup> Universidad Nacional de Piura

**Temática:** MTSK en la formación docente.

**Resumen.** En la actualidad se percibe una preocupación por mejorar las estrategias de enseñanza del docente de matemática, ello implica movilizar competencias profesionales y especializadas que le permitan desarrollar su práctica (Salazar & Tobón, 2018). Mathematics Teacher's Specialised Knowledge MTSK (Carrillo-Yañez, et al., 2018) es un modelo que permite describir aquellos elementos, tanto matemático, como didáctico que el profesor despliega en su enseñanza. El propósito de la investigación es diseñar tareas formativas desde un enfoque cualitativo con uso de la metodológica top-down y bottom-up (Niss, 2006). Las tareas formativas se diseñaron en base al dominio del conocimiento matemático, para ello se establecieron indicadores en cada una de sus categorías que permiten observar la movilización de conocimientos matemáticos en la enseñanza de área y volumen en el nivel de primaria.

**Palabras clave.** Formación de Profesores de Matemáticas, Tareas, MTSK, área de polígonos.

**Abstract.** Currently, there is a concern for improving the teaching strategies of mathematics teachers, which implies mobilizing professional and specialized competencies that allow them to develop their practice (Salazar & Tobón, 2018). Mathematics Teacher's Specialised Knowledge MTSK (Carrillo-Yañez, et al., 2018) is a model that allows describing those elements, both mathematical and didactic that the teacher deploys in his teaching. The purpose of the research is to design formative tasks from a qualitative approach using top-down and bottom-up methodology (Niss, 2006). The formative tasks were designed based on the domain of mathematical knowledge, for this purpose indicators were established in each of its categories that allow observing the mobilization of mathematical knowledge in the teaching of area and volume at the elementary school level.

**Keywords.** Mathematics Teacher Education, Tasks, MTSK, area of polygons.

## INTRODUCCIÓN

Mejorar las estrategias de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la educación básica es de suma preocupación en la comunidad de matemática educativa, atender a esta necesidad es posible desde la formación del profesorado, trabajando en el desarrollo de sus competencias como docente de matemática que implican un sólido bagaje de contenido matemático, como también el manejo de estrategias didácticas que sean adecuadas para el logro del aprendizaje y enseñanza de la matemática, al respecto trabajos recientes (Carrillo, Climent, Contreras y Montes, 2020) atienden tanto a la formación inicial y continua de docente desde una reflexión en las prácticas tanto del conocimiento matemático como del didáctico. Montes (2021) señala que es importante brindar a los

maestros mecanismos estructurados para que se promueva el conocimiento matemático y didáctico, profundizando así en la reflexión sobre su práctica. Es así como la presente investigación tiene como propósito el diseño de tareas formativas que promuevan el conocimiento especializado del contenido en el área de la geometría. A través de estas tareas se pretende que el docente formación profundice en los saberes de área y volumen, para luego con una sólida base de conocimientos gestione el proceso de enseñanza aprendizaje. Respecto al conocimiento docente de matemática Mochón y Morales (2010) señalan que el conocimiento especializado del contenido es clave para el desarrollo del conocimiento del contenido y la enseñanza, y del contenido. La investigación presenta una tarea formativa diseñada a partir de los indicadores extraídos de las categorías del dominio contenido matemático.

## MARCO TEÓRICO

El docente de matemática, además ser un maestro de profesión, debe tener conocimientos en su materia no menos rigurosos a los que tienen otros profesionales formados en matemática (Aguilar, Muñoz, Carrillo & Rodríguez, 2018). El conocimiento especializado en la enseñanza de las matemáticas han sido objetos relevantes de estudios en el campo de la Matemática Educativa. Así pues, Shulman (2005) resalta la importancia del conocimiento sobre el contenido para la enseñanza matemática y lo diferencia del conocimiento de otros profesionales, lo que ha inspirado a un grupo de investigadores para crear un modelo donde se representa el conocimiento matemático que los profesores utilizan en el aula para producir aprendizaje (Hill, Ball & Schilling, 2008), llamado MTSK. Tal como lo señala Montes, Contreras y Carrillo (2013) este modelo, “está basado en la idea de que la especialización del conocimiento de profesor de matemáticas deriva de su profesión, es decir, el conocimiento que posee será especializado en tanto le sea necesario para desarrollar su labor como profesor de matemáticas” (p. 404). El MTSK está dividido en dos dominios: Conocimiento del Contenido Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Así mismo, este modelo se compone de seis subdominios, tres referidos al primer dominio; Conocimiento de los temas (KoT), Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM) y Conocimiento de la práctica matemática (KPM); y los restantes al segundo dominio; Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), Conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) (Montes et al., 2013). En la figura 1 se muestra el modelo a través de un hexágono en cuyo centro se encuentran la creencias y percepciones respecto a la matemática y sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

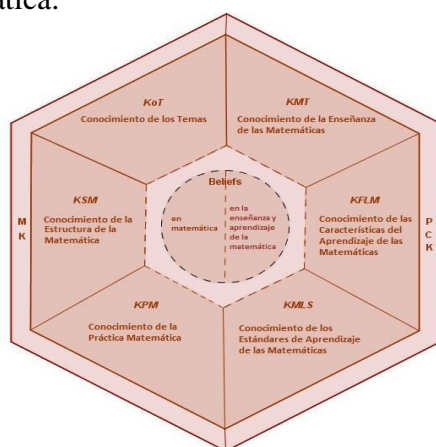


Figura 1. Modelo MTSK, Montes, Contreras y Carrillo, (2013)

Las tareas formativas son clave para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas en la formación docente, ya que desarrollan habilidades y competencias en la enseñanza de la matemática (Grevholm, Millman y Clarke, 2009), en la presente investigación se diseñan tareas formativas con el propósito de mover conocimientos especializados del contenido de la geometría que implican área y volumen, estas tareas formativas promueven en los futuros docentes uso de estrategias de resolución y análisis así como el desarrollo de procesos de simbolización, lenguaje matemático y elaboración de gráficos que permitan su sustentación, estas tareas implican hacer uso de un conjunto conocimientos matemáticos que en el modelo MTSK se encuentran en la dimensión del conocimiento matemático como se puede observar en la tabla 1.

Tabla 1. Indicadores por categoría de acuerdo con Subdominio MTSK

Sub Dimensión	Categoría
Conocimiento Matemático (MK)	Definiciones
	Registros de Representación
	Procedimientos
	Fenomenología
Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conexiones de complejización
	Conexiones de Simplificación
	Conexiones auxiliares
	Conexiones Transversales.
Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución problemas matemáticos. Prácticas particulares del quehacer matemático.

## METODOLOGÍA

El diseño metodológico desde el enfoque cualitativo que se utilizó es el método top down y bottom-up de la teoría a los datos (Niss, 2006), empezamos con el top down, generando una caracterización teórica del MTSK, tomando en cuenta las distinciones en a los procesos de construcción de los subdominios del conocimiento matemático y didáctico, así como su manifestación. Posteriormente, recurrimos a una aproximación bottom-up, en la cual se reinterpreta la definición de los subdominios, en este proceso se complementa la caracterización teórica para tener una visión más particular de las formas de conocer el contenido que un profesor de matemáticas puede tener y las cuales, en conjunto, le permitirán actuar como un especialista de la educación matemática. Establecidas las categorías se elaboraron los indicadores que permitan caracterizar el conocimiento matemático en la enseñanza de área y volumen, triangulando distintos momentos de la investigación para así obtener un análisis lo más completo posible. Los pasos seguidos fueron los siguientes: Se inicio con una sensibilización teórica respecto a los dominios y categorías del MTSK, para luego elaborar los indicadores para cada una de las categorías de los subdominios del MK, diseñar de las tareas formativas que permitirán caracterizar el conocimiento matemático del docente, analizar y reformular desde la reflexión del diseño de la tarea.

### Indicadores del MK

A partir de las 11 categorías del MK se establecieron los indicadores para cada uno de los 3 subdominios. A continuación, se presentan los indicadores utilizados en la tarea formativa diseñada.

Tabla 2. Indicadores por categoría del Conocimiento Matemático MK

Sub-Dimensión	Categoría	Indicador
KOT	Definiciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento del área como medida de superficie.</li> <li>• Conocimiento del área como recubrimiento. Empleando el cuadrado unitario (de medida 1) o unidad cuadrada para hallar el área de otras regiones. Esta definición implica selección arbitraria de la unidad de área.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento del Registro gráfico para resolver problemas asociados a las figuras de regiones poligonales, áreas sombreadas y / o por recubrimiento.</li> </ul>
	Procedimientos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento del procedimiento para calcular área de regiones empleando la superposición de figuras o recubrimiento.</li> <li>• Conocimiento del procedimiento para calcular áreas de regiones poligonales a partir de su descomposición en figuras más simples.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento de que el proceso de medida de áreas es el mismo que el de cualquier otra medida, en la que se elige una unidad de medida y se expresa el área de una región como un múltiplo (o submúltiplo) de la unidad de medida.</li> <li>• Conocimiento del procedimiento para calcular área por estimación a través de la percepción de las cantidades de magnitud a estimar.</li> </ul>
KSM	Conexiones de complejización	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento de área de figuras no regulares, aproximándose a ellas a través de la suma de áreas de figuras regulares como el rectángulo.</li> <li>• Conocimiento de la partición de un intervalo en subintervalo cada vez más finos. La medida de cada intervalo nuevo es la base de un rectángulo y por lo tanto la suma de las áreas varía si la partición se hace más fina.</li> </ul>
	Conexiones de Simplificación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento sobre figura abierta y figura cerrada en el plano como base para la formación del concepto de polígono.</li> </ul>
KPM	Prácticas particulares del quehacer matemático.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimiento de argumentaciones explicativas como medio para explicar el significado del área a partir de casos individuales.</li> <li>• Conocimiento de argumentaciones empírico-inductivas centradas en el cumplimiento de una afirmación para validar una propiedad.</li> <li>• Conocimiento de esquemas de tipo Prueba deductiva informal con el soporte de analogías, uso de elementos gráficos.</li> </ul>

## Diseño de la tarea

Para el diseño de la tarea se contempló permita se logren observar la mayoría de los indicadores del MK, una vez diseñada la tarea se cotejo los indicadores que se lograrían observar en el desarrollo de esta. La tarea formativa involucró el cálculo de área de una región poligonal haciendo uso del geoplano. A continuación, presentamos la tarea

### Tarea 1

Con uso del geoplano construye una figura abierta y una cerrada.

Con el uso del geoplano construye un rectángulo de largo 4 unidades y de ancho 3 unidades ¿Cuál es el área del rectángulo? Muestre el procedimiento para obtener dicha área. o Particionar el rectángulo en 2 rectángulos iguales. Calcular el área de cada uno de estos rectángulos y luego sume dichas áreas. ¿Qué relación existe entre el área del rectángulo y la suma de área de los 2 rectángulos? o Particionar el rectángulo en 4 rectángulos iguales. Calcular el área de cada uno de estos rectángulos y luego sume dichas áreas. ¿Qué relación existe entre el área del rectángulo y la suma de área de los 4 rectángulos?

Sobre la idea de partición, calcule el área de un rectángulo de largo 5 unidades y de ancho 7 unidades. Mostrar el procedimiento que utilizado.

Las tareas tienen como intención conducir a los alumnos desde el conocimiento de área un polígono como recubrimiento de un espacio limitado del plano a comprender el área del polígono sobre la idea de la partición de un intervalo en subintervalo cada vez más finos, como muestran las figuras 1, 2 y 3.

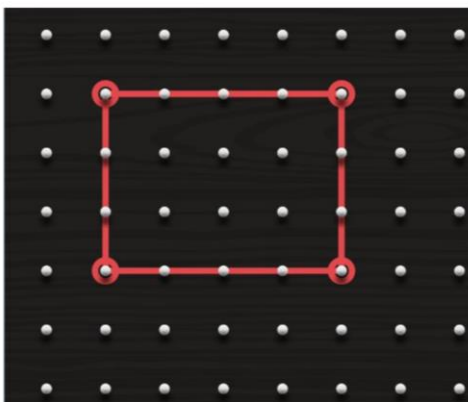


Figura 2. Construcción de Rectángulo

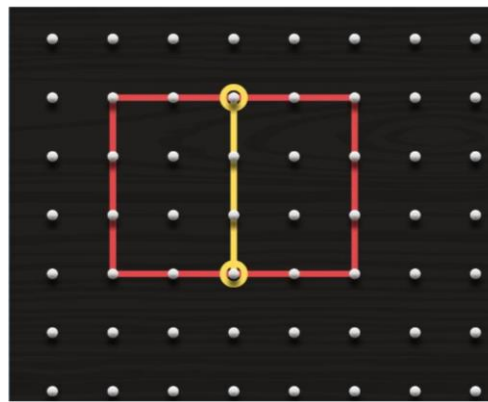


Figura 3. Construcción de rectángulo particionado en dos partes iguales

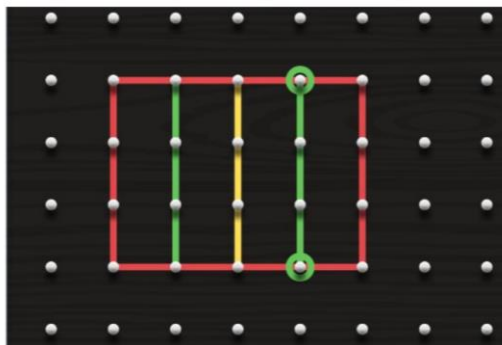


Figura 4. Construcción de rectángulo particionado en dos partes iguales

## Tarea 2

Con uso del geoplano construye la figura que se muestra

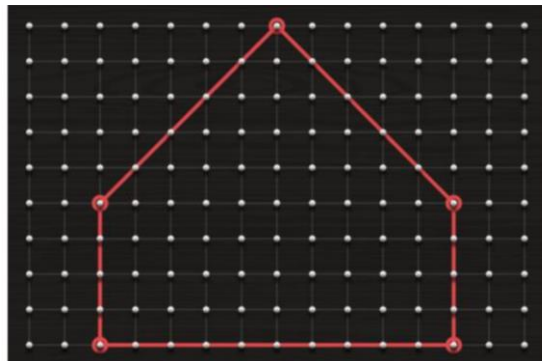


Figura 5. Construcción solicitada en la tarea 2

Sobre la idea de partición, calcule el área de la figura.

La intención de esta tarea es que se utilice el conocimiento del área sobre la idea de la partición, la posible solución en la estrategia la observamos en la figura 6.

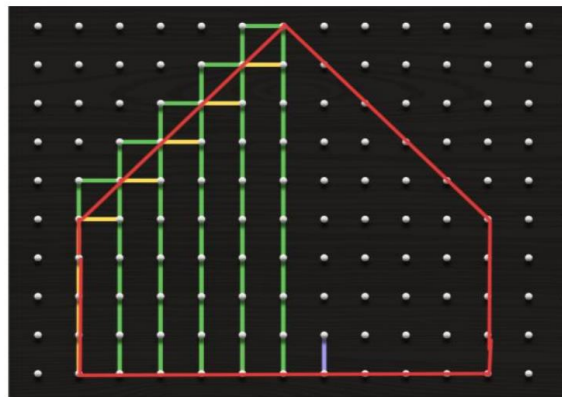


Figura 6. Estrategia de cálculo de área sobre la idea de partición.

Como podemos apreciar en la figura 4, en base a la idea de la participación se puede lograr el área por exceso o por defecto, de manera que se reflexione sobre el recubrimiento y la estrategia empleando la idea de partición. Esta reflexión conducirá además a proponer otras posibles estrategias como calcular el área dividiendo la figura en otros polígonos y sumar sus áreas para lograr el área total.

## CONCLUSIONES

Las tareas formativas diseñadas a partir de situaciones problemáticas complejas permiten la observación de evidencia de movilización de diversos conocimientos, en este caso con el diseño de las tareas 1 y 2 fundamentadas en el modelo MTSK, se pretende lograr una profundización respecto al área de polígonos, que se puede evidenciar en los niveles de complejidad que se siguen en la instrucción de las tareas. El diseño de estas tareas logró incorporar a indicadores de las tres subdimensiones del conocimiento matemático, todavía nos queda por diseñar otras tareas que incorporen a los otros indicadores para así lograr complementar la investigación y presentar una propuesta de tareas formativas, que los maestros formadores puedan utilizar para el logro del conocimiento especializado del docente de matemática de primaria, todo ello acompañado de la reflexión de los docentes referida a las diversas estrategias que se pueden emplear para el cálculo de área y volumen.

## Referencias

- Aguilar-González, A., Muñoz-Catalán, M. C., Carrillo-Yáñez, J. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA*, 13(1), 41-61.
- Carrillo, J., y Contreras, L. C. (2017). *Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*. Huelva: CGSE.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C. y Montes, M. (2020). Using Professional Development Contexts to Structure Prospective Teacher Education. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 2* (pp. 393-419). Londres: Brill.
- Grevholm, B., Millman, R., & Clarke, B. (2009). Function, Form, and Focus: The role of Tasks in Elementary Mathematics Teacher Education. In B. Clarke, B. Grevholm, R. Millman (Eds.), *Tasks in Primary Mathematics Education: Purpose, Use and Exemplars* (pp. 1–5). New York: Springer
- Mochón, S. y Morales, M. (2010). En qué consiste el “conocimiento matemático para la enseñanza” de un profesor y cómo fomentar su desarrollo: un estudio en la escuela primaria. *Educación Matemática* 22(1), 87-113.
- Montes, M. A., Contreras, L. C. y Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). SEIEM
- Montes, M., Pascual, M. I. y Climent, N. (2021). Una aproximación a la formación especializada en matemáticas de maestros egresados. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 24(1), 83-104. <https://doi.org/10.12802/relime.21.2414>
- Niss, M. (2006). The concept and role of theory in mathematics education. En C. Bergsten, B. Grevholm, H. Måsøval, y F. Rønning (Eds.), *Relating Practice and Research in Mathematics Education. Proceedings of Normal 05*, 97-110. <http://cutt.ly/cth7BHd>
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(1), 39-63