

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO DE UN PROFESOR DE INFANTIL PARA LA ENSEÑANZA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

Pedagogical Content Knowledge of an early childhood education teacher for teaching geometric solids

Escudero-Domínguez, A.M.^a; Muñoz-Catalán, M.C.^a; Montes, M.A.^{b, c}

^a Universidad de Sevilla; ^b Universidad de Huelva; ^c Centro de Investigación COIDESO

Temática: 3 – MTSK en diferentes temas y etapas

Resumen. Esta investigación tiene como objetivo identificar y caracterizar el conocimiento que pone en juego un profesor de Educación Infantil al enseñar cuerpos geométricos. Para ello usamos el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) como herramienta teórica y analítica con la cual ofrecer una serie de evidencias e indicios del conocimiento didáctico del contenido de un profesor de Educación Infantil en la enseñanza de la diferenciación entre poliedros y cuerpos redondos en un aula con niños de 4 años. Tomamos parte de una sesión en la que el objetivo de aprendizaje es diferenciar cara plana de cara curva, mediante la posibilidad de apilamiento de objetos. Los resultados nos proporcionan ejemplos reales en los que se muestra la profundidad del conocimiento didáctico del contenido, así como la necesidad de trabajar las relaciones con los subdominios del conocimiento matemático.

Palabras clave. Educación Infantil, cuerpos geométricos, práctica educativa, MTSK.

Abstract. This research aims to identify and characterize the knowledge that an Early Childhood Education teacher puts into play when teaching geometric solids. For this we use the Mathematics Teacher's Specialised Knowledge model (MTSK) as a theoretical and analytical tool with which to offer a series of evidences and indications of the pedagogical content knowledge of a teacher of Early Childhood Education in teaching the differentiation between polyhedra and round bodies in a classroom with 4-year-old children. We take part of a session in which the learning objective is to differentiate flat face from curved face, through the possibility of stacking objects. The results provide us with real examples in which the depth of the pedagogical content knowledge is shown, as well as the need to work on the relationships with the subdomains of mathematical knowledge.

Keywords. Early Childhood Education, Geometric solids, Educational Practice, MTSK.

INTRODUCCIÓN

La investigación acerca del conocimiento del profesor de Educación Infantil respecto de las matemáticas es todavía incipiente, pero está en auge debido al reconocimiento de la importancia de la figura del profesor en esta etapa educativa en los resultados de aprendizaje de su alumnado (Gasteiger y Benz, 2018; Lee, 2017). Además, las matemáticas que se trabajan en Educación Infantil engloban ideas profundas (Perry y Dockett, 2002).

La Geometría ayuda a la construcción del pensamiento espacial (Espina y Novo, 2019) y contribuye al desarrollo cognitivo del alumnado de Educación Infantil, ya que promueve el desarrollo de habilidades para generar razonamiento y justificación (NCTM, 2000). Sin embargo, en la etapa de Educación Infantil, muchos profesores priorizan la enseñanza de

otros bloques de contenidos y no se le presta la atención que merece a la enseñanza de la Geometría (Clements y Sarama, 2011). Algunos investigadores como Chiang y Stacey (2015) consideran que puede ser debido a que muchos profesores presentan deficiencias en determinados conocimientos geométricos básicos, lo que hace que no se sientan seguros para enseñar esos conceptos, con la consiguiente implicación en su conocimiento didáctico del contenido. En trabajos anteriores éste ha sido nuestro foco y se han mostrado las fortalezas y limitaciones en MK de este profesor, pero la enseñanza de la Geometría se afronta desde un enfoque didáctico, en sintonía con las orientaciones sugerida por Young (1970) de priorizar el aprendizaje de la geometría tridimensional a la geometría plana. La práctica natural del pensamiento geométrico son las tres dimensiones, ya que es más cercana a la realidad que la geometría plana. En este planteamiento, el estudio de las caras de un cuerpo geométrico conduce al conocimiento de la geometría plana.

El trabajo aquí presentado forma parte de una investigación más amplia que pretende describir e interpretar el conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil en la enseñanza de cuerpos geométricos a la luz del modelo de *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* [en adelante MTSK] (Carrillo et al., 2018). Aquí queremos dar respuesta a la pregunta: ¿Qué conocimiento didáctico del contenido (PCK) sobre la enseñanza de cuerpos redondos y poliedros evidencia un profesor de Educación Infantil en su práctica?

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Los primeros años de escolarización constituyen los cimientos de los aprendizajes futuros (McCray y Chen, 2012), por lo que el docente tiene un papel importante. Este profesional debe revestir los contenidos de forma lúdica y ser consciente de que debe ir ampliando el vocabulario matemático de sus alumnos, partiendo de su propio lenguaje (Escudero-Domínguez, Escudero-Ávila, Aguilar-González y Vasco-Mora, 2019). Es necesario reconocer que el profesor de esta etapa educativa, en España, no es especialista en la enseñanza de ninguna materia (como lo pueda ser el de secundaria, cuya docencia va asociada, habitualmente, a una única asignatura), pero sí necesita disponer de un conocimiento sólido y cohesionado para identificar las matemáticas y poder promover un aprendizaje profundo (Muñoz-Catalán et al., 2019). En la última década ha ido creciendo la investigación acerca del conocimiento profesional en la etapa de Educación Infantil usando distintos modelos como el *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames y Phelps, 2008), el *Knowledge Quartet* (Rowland, Huckstep y Thwaite, 2005) y desde hace unos años el modelo MTSK (Carrillo et al., 2018). En este trabajo usamos el MTSK, ya que consideramos que la especificidad del conocimiento del profesor es propia de todos los subdominios (Carrillo et al., 2018), y las relaciones con otros subdominios nos puede ayudar a comprender la práctica en esta etapa educativa. Por ello, pensamos que MTSK es una herramienta útil para reflexionar sobre el conocimiento especializado del profesor en la etapa (Escudero-Domínguez, Muñoz-Catalán y Carrillo, en prensa).

El modelo MTSK se plantea como una herramienta teórica y analítica que permite identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas en diferentes momentos de su práctica docente (Carrillo, Montes, Contreras y Climent, 2017). El modelo concibe el conocimiento del profesor de manera holística, aunque para su trabajo pormenorizado se subdivide en tres dominios de conocimiento: *Conocimiento Matemático (MK)*, *Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)* y *creencias/concepciones del profesor sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Tanto *MK* como *PCK* se subdividen en tres subdominios de conocimiento y, cada uno de ellos, cuenta con categorías que ayudan a su identificación y caracterización (Carrillo et al., 2018). *MK* considera el *conocimiento de los temas (KoT)*, el *conocimiento de la*

estructura de las matemáticas (KSM) y el *conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM)*. PCK incluye el conocimiento de la enseñanza de *las matemáticas (KMT)*, el *conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)* y el *conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)*. A continuación, se describen los subdominios de PCK que sirven de base para esta investigación.

El *conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)* abarca el conocimiento del profesor sobre cómo enseñar un contenido matemático. Contiene el conocimiento sobre distintas estrategias, teorías de enseñanza asociadas a un determinado contenido matemático y características de distintas herramientas para enseñar matemáticas. El *conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)* contiene el conocimiento del profesor sobre cómo los alumnos aprenden un contenido matemático. Incluye el conocimiento de fortalezas y dificultades en el aprendizaje de un contenido, así como las teorías de aprendizaje asociadas a un determinado contenido matemático. También se ubican en este subdominio las formas de interacción con un contenido matemático y los intereses y expectativas de los estudiantes sobre un contenido matemático. El *conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)* es el conocimiento de lo que se espera que el estudiante aprenda en un determinado nivel escolar. Este subdominio abarca lo que se espera que un estudiante sepa en ese determinado momento escolar, el nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado y la secuenciación con temas anteriores y posteriores.

METODOLOGÍA

En este trabajo nos planteamos comprender el conocimiento especializado que pone en juego un profesor de Educación Infantil, identificando elementos del *conocimiento didáctico del contenido* de un profesor de Educación Infantil sobre la enseñanza de la diferenciación entre poliedros y cuerpos redondos. Se ubica dentro de un paradigma interpretativo (Basse, 1999) y el diseño de investigación posee las características de un estudio de caso instrumental (Stake, 2005). José (pseudónimo) es un profesor en activo con más de una década de experiencia en la etapa. Nuestro informante está comprometido con mejorar su docencia y ha recibido una formación específica en Didáctica de las Matemáticas que trata de implementar en su aula. Esta es la de anteponer el aprendizaje de la geometría de tres dimensiones a la geometría plana.

Las fuentes de obtención de los datos son la observación de aula mediante videograbación y las posteriores entrevistas semiestructuradas que sirvieron para completar la información aportada por la observación no participante. Se efectuaron ocho grabaciones durante dos periodos lectivos consecutivos en un aula de Educación Infantil de un centro público de la provincia de Sevilla (España).

En este trabajo se presenta el análisis de parte de una de las últimas sesiones videograbadas con alumnos de Infantil de 4 años, cuyo objetivo de aprendizaje es mostrar la diferenciación de cuerpos redondos y poliedros, mediante la posibilidad de apilamiento de los cuerpos. En sesiones anteriores ya había trabajado esta diferenciación mediante el criterio de hacer rodar los cuerpos. La metodología utilizada por el docente está basada en una formulación continuada de preguntas, intentando que el alumno sea el que construya el conocimiento.

El análisis de los datos comienza con la transcripción de la sesión y de las entrevistas, y se afronta desde un enfoque interpretativo (Kvale, 1996) en el que se busca comprender y caracterizar los datos desde la lente del modelo MTSK. Además de utilizar la división

en subdominios y categorías (Carrillo et al., 2018), usamos los constructos evidencia e indicio de conocimiento (Flores-Medrano, 2015).

Síntesis de la sesión de clase

José, antes de realizar la ficha del libro, pasa a explicar “*que hay algunas figuras que las podemos poner unas encima de otras*”, anunciando implícitamente la idea de cara plana de un sólido, haciendo uso de materiales de la clase. En el proceso también va repasando algunos aspectos como los nombres de los cuerpos geométricos utilizados, así como algunas propiedades de estos cuando los alumnos no nombran el correcto. Comienza tomando un objeto con forma de cilindro colocado sobre una de sus bases y acomoda otro objeto con forma de prisma cuadrangular sobre la base del cilindro. Tras esto, realiza el proceso inverso, toma un prisma y encima coloca un cilindro por una de sus bases. Los cuerpos que va usando son de diferentes tamaños y tipos; en el caso del prisma, algunos de base cuadrada y otros de base rectangular. También utiliza una esfera e intenta colocarla encima de un prisma. En ese momento, el profesor evidencia que sobre la esfera no se puede poner ningún objeto. Aprovechando esto, el profesor aclara lo que les ocurre a los cilindros, pues antes solo había usado estos apoyado sobre una de sus bases y, por tanto, podía apilarse. Demuestra ambas situaciones tomando un objeto con forma de cilindro e intentando apilar objetos sobre este. Tras la explicación, pasa a explicar la ficha, en la que tienen que colorear los cuerpos sobre los cuales se puede apilar (Figura 1).

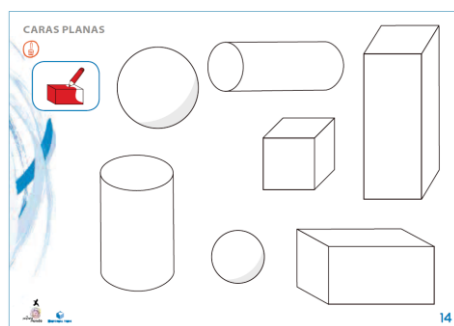


Figura 1. Ficha a trabajar

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este trabajo presentamos elementos significativos del conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil en relación con los cuerpos geométricos. El objetivo de José en este fragmento de sesión es mostrar la posibilidad de apilamiento de algunos cuerpos geométricos.

El profesor toma objetos de la clase con forma de prisma, cilindro y esfera, aprovechando el aula para desarrollar los contenidos estudiados, intentando matematizar el entorno mediante la visualización espacial (KMLS, expectativas de aprendizaje), sabedor de que los objetos de la clase ayudan a dar significado a los cuerpos (KoT, fenomenología). José es conocedor de que el mundo que nos rodea y con el que los alumnos interactúan, está formado, principalmente, por cuerpos más que por superficies planas, y esto se refleja en sus clases, partiendo de la geometría tridimensional y derivando de ella la geometría plana (KMT, teorías sobre enseñanza). En una entrevista posterior, dice: “*este año hemos trabajado pirámide, cubo, prisma, cilindro, esfera... y sus correspondientes formas planas que derivan de estas formas geométricas*”, lo que indica su conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS, secuenciación temas).

El docente conoce la importancia que posee la manipulación de los cuerpos para poder construir la imagen de los conceptos (KFLM, formas de interacción): “*el niño parte del*

cuerpo hacia afuera... y un niño lo tiene que vivenciar, lo tiene que tocar, que sentir, que ver". Por ello se apoya en material manipulativo para que los alumnos observen sus propiedades (KMT, estrategias). José concede importancia al material manipulativo, ya que facilita al estudiantado el dar propiedades de estos cuerpos que si lo tuvieran que hacer con su imagen mental (KMT, recursos).

El docente conoce que a los alumnos les cuesta fijarse en las caras de los cuerpos geométricos (KFLM, dificultades), ya que conoce que los niños a esta edad no son capaces de retener muchas características de un objeto (KMLS, nivel de desarrollo esperado). Lo anterior se evidencia en la siguiente entrevista: *"ahora mismo estos niños son todavía muy chicos y no son capaces de identificar más de una cualidad o dos características de cada forma geométrica"*. Por otro lado, en esa entrevista José indica como objetivo *"intentamos que vayan observando más las figuras y que sean capaces cada vez de coger más características de los objetos"* (KMLS, expectativas). El docente piensa que en el aprendizaje geométrico los alumnos tienen que avanzar de la identificación de cuerpos como un todo, lo que se corresponde con el nivel 1 de Van Hiele, al análisis de estos, que lo sitúa en el nivel 2 de Van Hiele (Jaime y Gutiérrez, 1990) (KFLM, teorías sobre aprendizaje) y sabe que es adecuado para la etapa que los estudiantes proporcionen características de los cuerpos geométricos (KMLS, expectativas).

José toma un objeto con forma de cilindro y pregunta a los discentes su nombre, conocedor de la importancia del uso de lenguaje geométrico correcto para el trabajo de los cuerpos geométricos (KMT, estrategias; lenguaje). Asimismo, sabe que a esta edad el alumnado debe ir adquiriendo vocabulario geométrico específico y usando lenguaje correcto y preciso para cada cuerpo que manejan (KMLS, expectativas; lenguaje). Sin embargo, conoce la dificultad que presentan los alumnos para retener vocabulario geométrico (KFLM, dificultades; lenguaje) como manifiesta en varias entrevistas, por ejemplo: *"el vocabulario le cuesta mucho trabajo. Es verdad que son palabras que no están en su día a día y, entonces, pues le cuesta trabajo utilizar bien los términos"*.

Seguidamente, colocando un objeto con forma de cilindro apoyado sobre una de sus bases, les pregunta: *"¿se puede colocar algo encima del cilindro?"*. Como hemos comentado, el objetivo de José es que los alumnos vayan profundizando en las propiedades de los cuerpos geométricos (KMLS, expectativas de aprendizaje). Para ello aprovecha el hecho de apilar los cuerpos para expresar características de los cuerpos geométricos como disponer de una cara curva (KMT, estrategias), ya que es una cualidad que a los estudiantes les llama la atención y pueden experimentar fácilmente (KFLM, intereses y expectativas). Además, conoce cómo el uso de vocabulario cotidiano del niño ayuda a asimilar el concepto matemático (KMT, estrategia; lenguaje).

A continuación, toma un objeto con forma de prisma cuadrangular (donde la altura de la figura es considerablemente mayor que la longitud del lado del cuadrado de la base) y realiza el mismo procedimiento anterior (KMT, técnica). José pregunta a sus alumnos por el nombre de los cuerpos, debido a la importancia que le otorga al vocabulario geométrico, y a que conoce que al estudiantado les cuesta diferenciar cubo de prisma cuando no se trata del prisma prototípico (KFLM, dificultades), pues se fijan en la cara de mayor dimensión (KFLM, formas de interacción). Este conocimiento es movilizado en este fragmento de entrevista: *"aquí lo más significativo es el cuadrado, por tanto, ellos te lo van a asociar más a un cubo, es por, digamos, por establecer la relación lógica ... o sea, más lógica para ellos al menos... de la forma plana a la forma geométrica"*. Para solventar esto, José comenta a los dicentes que *"no es un cubo porque todas sus partes no son iguales"* e intenta evocar la respuesta correcta mediante preguntas sobre las

propiedades de este cuerpo (KMT, estrategias), como sigue: “¿esto qué es? [señalando sobre una de sus caras rectangulares]”. Los alumnos responden “rectángulo” y, de nuevo, el profesor insiste en el nombre, de la siguiente manera: “Chicos, esta [señalando la caja] ¿Qué figura es? Mirad, tiene unas caras que son cuadrados y otras que son rectángulos. ¿Cómo se llama esta figura? ¿Se llama cilindro? ¿Se llama prisma?”.

José continua la sesión tomando otro objeto con forma de cilindro (con altura de dimensión menor a la medida del diámetro de sus bases), lo que supone un indicio de su conocimiento acerca del papel de las imágenes del concepto en el aprendizaje de los estudiantes y las repercusiones que genera el manejo de un ejemplo prototípico (KFLM, teoría sobre aprendizaje). Algunos alumnos responden “esfera” y mediante preguntas sobre sus propiedades, el profesor trata de acercarlos a la respuesta correcta: “¿Rueda por todos los lados?”. Sigue tomando objetos con distintas formas (prisma rectangular, prisma cuadrangular prototípico, esfera y cilindro), lo que nos muestra que conoce los cuerpos que los discentes deben aprender en este curso escolar (KMLS, expectativas de aprendizaje) e insiste en el nombre de cada uno de ellos. Seguidamente, intenta apilarlos y comprobar el posible apilamiento. En el caso de la esfera, tras la comprobación, comenta a los alumnos “encima de la esfera no puedo poner nada” y pasa a tomar otro objeto con forma de cilindro, con el que afirma: “encima de los cilindros puedo poner cosas, pero si lo pongo por las caras [señalando una de sus bases], es decir, si lo pongo por las caras que son planas, pero ¿y por aquí?”. El profesor promueve la comparación de la esfera con el cilindro, identificando diferencias y también similitudes entre ellos (KMT, estrategias). Esto es debido a que conoce que los alumnos comprenden mejor un cuerpo geométrico nuevo a través de la comparación con otro ya conocido (KFLM, formas de interacción).

Para finalizar, José explica la ficha del libro que deben realizar “vamos a colorear aquellas figuras que sí podemos ponerlas una encima de la otra”. Va preguntando cuerpo por cuerpo y afirmando si tienen o no que colorearlo. En la ficha aparecen dos esferas, dos cilindros (uno apoyado sobre una de las bases y otro apoyado en la cara curva) y tres prismas (un cubo, un prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus bases y otro prisma de base cuadrada apoyado sobre una de sus caras laterales). Se observa como el docente conoce distintos sistemas de representación sobre cuerpos geométricos: situación real (objetos de la propia clase), gráfico (ficha del libro) y lenguaje verbal (Lesh, Post y Behr, 1987). Usa estos sistemas como vehículo para el desarrollo de la sesión, promoviendo la conversión entre sistemas (KMT, estrategias). Además, trabaja la conversión del registro manipulativo al gráfico, ayudándose del lenguaje natural, para que los alumnos expliciten este criterio de los cuerpos (KMT, estrategias).

CONCLUSIONES

Este estudio pretende avanzar en la caracterización del conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil enseñando cuerpos geométricos, concretamente la distinción entre poliedro y cuerpo redondo por su capacidad de apilamiento. Para ello utilizamos distintas herramientas metodológicas que nos permiten identificar y profundizar sobre ese conocimiento especializado.

Este trabajo refuerza la idea de que el modelo MTSK puede usarse para el estudio del conocimiento especializado del profesor de la etapa de Educación Infantil (Escudero-Domínguez, Muñoz-Catalán y Carrillo, 2021). En el análisis del fragmento encontramos indicadores de casi todas las categorías de cada uno de los subdominios del PCK, siendo el indicador detonante de esta sesión el que tiene que ver con su objetivo de profundizar en las propiedades de los cuerpos geométricos, concretamente el mostrar la diferencia

entre los cuerpos geométricos desde el apilamiento (KMLS, expectativa de aprendizaje). Para expresar propiedades de estos (como la posesión o no de cara curva) aprovecha el hecho de apilar los cuerpos (KMT, estrategia), ya que es una cualidad que a los niños les llama la atención y pueden experimentar fácilmente (KFLM, intereses y expectativas). Además, los indicadores reflejados en el análisis dan cuenta de potenciales relaciones entre subdominios de PCK y MK que serán objeto de estudio en la investigación más amplia que estamos desarrollando.

Las investigaciones que han trabajado el conocimiento del profesor de Educación Infantil indican que deben tenerse en cuenta las características particulares de la etapa (Mosvold, Bjuland, Fauskanger y Jacobsen, 2011). Así, se trata de una etapa generadora de lenguaje, por lo que el docente debe ir ampliando el vocabulario matemático de sus alumnos, partiendo del lenguaje habitual de estos (Escudero-Domínguez, Escudero-Ávila, Aguilar-González y Vasco-Mora, 2019). El criterio de apilamiento es una muestra de ello, ya que expresa la idea de cara plana y curva, sin utilizar términos matemáticos.

Agradecimientos

Este trabajo desarrollado en el marco del proyecto: "Conocimiento especializado del profesorado de matemáticas y formación del profesorado" (RTI2018-096547-B-I00, del Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades del Gobierno de España). Asimismo, está vinculado a la Red MTSK de la Asociación Universitaria Iberoamericana de Posgrado (AUIP), y al centro de investigación COIDESO.

Referencias

- Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: Open university press.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*. DOI: <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo, J., Montes, M. A., Contreras, L. C., y Climent, N. (2017). Les connaissances du professeur dans une perspective basée sur leur spécialisation: MTSK. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 22, 185-205.
- Chiang, P.C., y Stacey, K. (2015). Geometric concepts of two-dimensional shapes by primary school teachers in Taiwan. *Proceedings of PME 39,2*, 161-168
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: the case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 133-148. <https://doi.org/10.1007/s10857-011-9173-0>
- Escudero-Domínguez, A., Escudero-Ávila, D., Aguilar-González, A., y Vasco-Mora, D. (2019). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas en Educación Infantil para la enseñanza de Geometría. En J. Carrillo, M. Codes y L.C. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 219-227). Huelva: Universidad de Huelva, Publicaciones.
- Escudero-Domínguez, A., Muñoz-Catalán, M.C., y Carrillo, J. (en prensa). Caracterizando el Conocimiento Especializado de un Profesor de Educación Infantil Enseñando Prismas. En (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV*. Valencia: SEIEM.

- Escudero, A. M, Muñoz-Catalán, M. C., y Carrillo, J. (2021). Conocimiento especializado de un profesor de Educación Infantil al enseñar cuerpos geométricos. *Zetetike*, 29, 1-16 – e021005. <https://doi.org/10.20396/zet.v29i00.8661819>
- Espina, E., y Novo. M.L. (2019). Análisis de la presencia de la geometría en los proyectos editoriales de Educación Infantil. *Educación Matemática*, 31, (3), 81-112
- Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Tesis de doctorado publicada en <http://rabida.uhu.es/handle/10272/11503>. Huelva, España: Universidad de Huelva.
- Gasteiger, H., y Benz, C. (2018). Enhancing and analyzing kindergarten teachers' professional knowledge for early mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 109-117. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.01.002>
- Jaime, A., y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.
- Kvale, S. (1996). *Interviews: An introduction to qualitative research interviewing*. Londres: SAGE
- Lee, J. E. (2017). Preschool Teachers' Pedagogical Content Knowledge in Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 49, 229-243.
- Lesh, R., Post, T., y Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum
- McCray, J.S., y Chen, J-Q. (2012). Pedagogical Content knowledge for preschool mathematics: construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26, 291-307.
- Mosvold, R., Bjuland, R., Fauskanger, J., y Jakobsen A. (2011). Similar but different—investigating the use of MKT in a Norwegian kindergarten setting. En M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1802-1811). Rzeszów: University of Rzeszów.
- Muñoz-Catalán, C., Joglar, N., Ramírez, M., Escudero, A.M., Aguilar, A., y Ribeiro, M. (2019). El conocimiento especializado del profesor de infantil desde el aula de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 63-84). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM (Trad. Castellana, Principios y estándares para la educación matemática. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Perry, B., y Dockett, S. (2002). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L.D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 81-112). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rowland, T., Huckstep, P., y Thwaites, A. (2005). Elementary Teachers' Mathematics Subject Knowledge: The Knowledge Quartet and the Case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 255-281.
- Stake, R.E. (2005). *Multiple Case Study Analysis*. New York: Guilford Press.
- Young, G. (1970): *Beginners Book of Geometry*. Chelsea Publishing. New York.