

## CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE PROFESORES DE MATEMÁTICA EN FORMACIÓN INICIAL SOBRE LA NOCIÓN CLÁSICA DE PROBABILIDAD

Specialized knowledge of the prospective teacher of mathematics on the classic  
notion of probability

Cruz-Quesada, J<sup>a</sup>; Alfaro-Carvajal, C<sup>b</sup> y Guillen-Oviedo, H<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica; <sup>b</sup> Escuela de Matemática,  
Universidad Nacional, Costa Rica, <sup>c</sup> Escuela de Matemática, Universidad Nacional,  
Costa Rica

**Temática:** MTSK en diferentes temas y etapas.

**Resumen.** En este trabajo se presenta los resultados de un estudio cualitativo que tiene como propósito caracterizar el conocimiento de profesores de matemática en formación inicial de la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA) sobre la noción clásica de probabilidad. Se proponen indicadores para caracterizar el conocimiento relacionado con el *Knowledge of Topics (KoT)* del *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)*, mediante un instrumento compuesto por 6 tareas de probabilidad. Se deduce que la mayoría de los sujetos evidenciaron conocimiento de las categorías del KoT.

**Palabras clave.** Probabilidad, Profesores, Conocimiento, MTSK

**Abstract.** In this paper presents the results of a qualitative study that aims to characterize the knowledge of mathematics teachers training at the Universidad Nacional de Costa Rica (UNA) on classical probability. Knowledge indicators are proposed to characterize *Knowledge of Topics (KoT)* of *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)*, through an instrument made of 6 probability tasks. It is deduced that most of the subjects showed knowledge of the categories KoT.

**Keywords.** Probability, Teachers, Knowledge, MTSK.

### INTRODUCCIÓN

El tema de probabilidad es parte de los Programas de Estudio de Matemáticas en la educación primaria y secundaria de Costa Rica (Ministerio de Educación Pública (MEP), 2012). Los temas de probabilidad apuntan al desarrollo del pensamiento probabilístico y habilidades para afrontar el azar, lo impredecible y la incertidumbre. Además, se trabaja desde la noción clásica y frecuencial de la probabilidad.

Estos programas buscan desarrollar ciertas habilidades específicas con el enfoque clásico de probabilidad, las cuales son: (a) identificar y representar puntos y eventos muestrales de un experimento; (b) deducir propiedades básicas sobre la probabilidad; (c) conocer las limitaciones y alcances de la definición clásica; (d) calcular la probabilidad de un evento como la razón entre el número de resultados favorables entre el número de casos posibles; y (d) usar la probabilidad para favorecer en la toma de decisiones (MEP, 2012).

El docente, encargado de promover el desarrollo de estas habilidades, debe dominar el contenido matemático a enseñar, para luego poder transmitirlo al estudiantado (Batanero, 2009). Uno de los principios de la enseñanza de la matemática indicada por el *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000)* es que los profesores deben poseer

un conocimiento amplio de las matemáticas que están enseñando, y poder aprovechar ese conocimiento en sus labores de enseñanza. Por ello, existe una variedad de modelos o teorías que buscan conceptualizar el conocimiento matemático y didáctico del docente de matemáticas. En esta dirección, Climent (2019) señala que la línea de investigación del conocimiento del profesor constituye un área importante para la comunidad científica en educación matemática.

La investigación propuesta es un aporte a la línea de investigación del conocimiento del profesor de matemáticas, específicamente, en el modelo MTSK. El objetivo de este trabajo es caracterizar el conocimiento de los profesores de matemáticas en formación inicial en la carrera de Enseñanza de la Matemática de la (UNA) sobre la noción clásica de probabilidad, en el subdominio del KoT. Esta carrera contempla tres cursos relacionados con los conocimientos en probabilidad: (1) estadística y probabilidad; (2) inferencia estadística; y (3) didáctica de la estadística.

## **MARCO TEÓRICO**

Esta investigación tiene dos referentes teóricos principales, el KoT un subdominio del conocimiento matemático del MTSK (Carrillo et al., 2018) y, las propuestas teóricas adoptadas en el campo de la teoría de probabilidad (Skorokhod, 2005). Por tal motivo, se realiza una conexión de los componentes teóricos del KoT y la probabilidad clásica.

De acuerdo con Carrillo et al. (2018), el KoT describe el conocimiento que posee el profesor de matemáticas sobre los temas que enseña, encierra un conocimiento profundo y amplio del contenido matemático por parte del docente. Asimismo, combina el conocimiento que se espera que los estudiantes aprendan con una comprensión más acentuada, formal y rigurosa. Este subdominio posee cuatro categorías: (1) la fenomenología y aplicaciones; (2) las definiciones, propiedades y sus fundamentos; (3) los registros de representación; y (4) los procedimientos.

La definición clásica de probabilidad o regla de Laplace fue dada por Abraham de Moivre en 1718 y luego fue depurada por Pierre-Simon Laplace en 1814 (Batanero, 2020). El enfoque clásico de probabilidad surge de experimentos aleatorios cuyos sucesos elementales sean equiprobables, y la probabilidad de ocurrencia del suceso es el número de casos favorables dividido entre el total de casos posibles (regla de la Laplace). Según Batanero (2005), esta definición es objeto de cuestionamientos, ya que es circular y únicamente ofrece una regla práctica para el cálculo de probabilidades.

### **Elementos del conocimiento de la noción clásica de probabilidad en el KoT**

De acuerdo con Carrillo et al. (2018), la categoría de fenomenología y aplicaciones se refiere al conocimiento que posee el profesor de matemáticas sobre los contextos en los que se puede vincular un objeto matemático, así como los aspectos epistemológicos y los orígenes de este. Skorokhod (2005) indica que las aplicaciones de la noción clásica de probabilidad se dan en los juegos de azar que incluyen cartas, dados y lanzamiento de monedas. Estos experimentos aleatorios son considerados ideales, que pueden repetirse un gran número de veces bajo condiciones similares, suponiendo que las circunstancias de la realidad no varían de modo que se pueda establecer la equiprobabilidad en los posibles resultados, lejano a contextos cotidianos (Borovcnik y Kapadia, 2014; Godino et al., 1987; Gómez, 2012).

En la categoría de definiciones, propiedades y sus fundamentos, se incluye el conocimiento del profesor para describir el conjunto de propiedades adecuadas para definir un objeto matemático, así como el conocimiento para deducir y establecer principios fundamentales o propiedades referentes a un tópico (Vasco et al., 2017;

Carrillo et al., 2018). El conjunto de propiedades y características que subyacen a la definición clásica de probabilidad son: la equiprobabilidad y el cociente de casos favorables entre casos posibles. Asimismo, se consideran las siguientes propiedades: (1) la probabilidad de un evento es un número entre 0 y 1; (2) la probabilidad de un evento seguro es 1; y (3) la probabilidad de un evento imposible es 0.

Otro componente considerado en el KoT es sobre los distintos registros de representación que conoce el profesor, para un tema matemático (Escudero, 2015; Carillo et al., 2018). Para Batanero (2005), al resolver un problema sobre probabilidad se encadenan una serie de funciones semióticas de conocimiento que el docente de matemáticas debe tener presentes. Algunos ejemplos están vinculados a la representación de puntos muestrales de un experimento (diagrama de árbol, tablas, abreviaturas, pares ordenados); registros aritméticos (porcentajes, fracciones, decimales); o lenguaje natural (menos o más probable que).

Finalmente, la categoría de procedimientos incluye aquellos saberes prácticos sobre el trabajo matemático, como los algoritmos convencionales y alternativos que se ponen de manifiesto en un determinado contenido (Escudero, 2015; Liñan et al., 2016). Abarca el conocimiento sobre las operaciones habituales (¿Cómo se hace?); las condiciones suficientes para resolver (¿Cuándo se puede hacer/utilizar?); la fundamentación algorítmica (¿por qué se hace así?) y las características del objeto resultante. Batanero (2005) indica que los procedimientos en el campo de la probabilidad clásica se hallan mediante la enumeración de casos favorables y posibles para determinar su cantidad y calcular la probabilidad mediante un cociente, tomando en cuenta la equiprobabilidad de los sucesos. Otros procedimientos aludidos son la combinatoria o el análisis a priori de la estructura del experimento.

## **METODOLOGÍA**

La investigación tiene un enfoque cualitativo, de alcance descriptivo. Las personas participantes son 16 estudiantes de cuarto año de la carrera Enseñanza de la Matemática de la UNA. Todos los participantes han aprobado el curso de estadística y probabilidad en el que se estudia la probabilidad clásica. Para la recolección de la información se elaboró un cuestionario con seis tareas sobre probabilidad clásica, el instrumento se aplicó durante el primer semestre del 2021 mediante la presencialidad remota.

Para la construcción del cuestionario, se realizaron las siguientes etapas: (1) sensibilización teórica y metodológica provenientes de investigaciones del MTSK, investigaciones sobre el enfoque clásico de probabilidad y revisión de los Programas de Estudio de Matemáticas en Costa Rica; (2) adaptación de las categorías del KoT y elaboración de indicadores de conocimiento; (3) validación del instrumento e indicadores mediante la triangulación interna; (4) validación del instrumento por juicio de expertos, revisado por seis especialistas en educación matemática y en estadística, provenientes de universidades de España, Chile y Costa Rica; y (5) elaboración de la versión final del cuestionario e indicadores de conocimiento.

Para el análisis de la información se utilizó el análisis del contenido que otorga un conjunto sistemático de procedimientos para categorizar, examinar y codificar los datos (Cohen et al., 2007). Para analizar las respuestas de los sujetos se utilizaron los indicadores de conocimiento, entendidos como frases que permiten explorar evidencias de conocimiento en las respuestas de los sujetos. Para hacer el registro de todas las respuestas, los sujetos fueron codificados empleando los números del 01 al 16 para indicar el número de sujeto y los números del 1 al 6 para indicar el número de tarea, algunas tareas se dividen en varias preguntas a, b o c. Por ejemplo, 08-6a indica la respuesta del

octavo sujeto en la tarea seis de la pregunta a. Para cada sujeto se hizo una revisión exhaustiva de sus respuestas de manera que se le asignaba con 1 o 0 la presencia o ausencia, respectivamente, de los indicadores de conocimiento.

## RESULTADOS

Los resultados se presentan considerando las cuatro categorías del KoT y una descripción de las tareas. En cada una de las categorías se presenta la cantidad de sujetos que evidenciaron en sus respuestas conocimiento de los indicadores planteados.

### Categoría 1: fenomenología y aplicaciones

En la tabla 1, se muestran las tareas 1 y 3 del cuestionario

Tabla 1. Tareas 1 y 2 del cuestionario

Tarea 1	Tarea 2
<p>Considere la siguiente situación hipotética:  Profesora: un contexto en donde se puede aplicar la definición clásica de probabilidad es en el lanzamiento de una moneda. Existen dos posibilidades, que caiga escudo o corona, es decir, se tiene un 50% de probabilidad de obtener un escudo o una en un lanzamiento.  Estudiante 1: Entonces profesora, como la otra semana tengo examen de matemáticas y únicamente hay dos posibilidades que apruebe o que repruebe, entonces tengo un 50% de probabilidad de aprobar el examen.  Estudiante 2: Profe, si una persona se hace una prueba médica para detectar si tiene o no una enfermedad, al haber dos posibilidades que esté sano o que esté enfermo, entonces, la persona tiene un 50% de probabilidad de estar enfermo.</p>	<p>¿En qué situaciones matemáticas o contextos se puede aplicar la definición clásica de probabilidad? En caso de considerar que no se puede aplicar, explique el por qué y brinde un ejemplo. Fundamente su respuesta. No debe proporcionar ejemplos descritos en este instrumento.</p>
<p>¿Son correctos los ejemplos proporcionados por los estudiantes?</p>	

Se estableció un único indicador de conocimiento para esta categoría: conocer situaciones aleatorias en las que se pueden establecer puntos muestrales equiprobables. La tarea 1, presenta tres experimentos aleatorios, el contexto mencionado por la profesora es correcto, y el mencionado por los estudiantes 1 y 2, incorrectos; pues, dichas situaciones no pueden ser repetidas bajo condiciones similares, a diferencia del lanzamiento de una moneda donde sí se pueden anticipar todos los posibles resultados y asignar la misma probabilidad. En la tarea 3, los sujetos debían mencionar situaciones en la que podía situar el significado clásico.

En la tarea 1, 11 sujetos indican que las situaciones planteadas por los estudiantes 1 y 2 no son equiprobables, sin embargo, únicamente 8 sujetos evidencian conocimiento en sus respuestas para la situación del estudiante 1, y 8 sujetos para la respuesta del estudiante 2. En términos generales, los sujetos que evidencian conocimiento indicaron que la situación de aprobar o reprobar un examen podría variar por diversas razones, y que al aplicar una prueba médica para detectar si una persona tiene o no una enfermedad, no son resultados simétricos. A continuación, se presenta una respuesta representativa para esta tarea:

*06-1:* No. El ejemplo que brinda la profesora hace referencia a eventos equiprobables. En cambio, para el estudiante 1 y 2 sus eventos no tienen la misma probabilidad de ocurrencia por diversas situaciones.

Para la tarea 3, 11 sujetos mencionaron situaciones que incluían cartas, dados, juegos de lotería, tómbolas y monedas; experimentos aleatorios de modo que sus resultados posibles fueran simétricos y finitos. A continuación, se muestra una respuesta representativa:

08-3: Un contexto donde se podría aplicar esta definición sería por ejemplo al estar jugando un juego de mesa en donde esté usando un dado legal, ya que, todas las caras del dado tienen la misma probabilidad de salir. Otro caso podría darse al jugar la lotería o bingo, si la tómbola no está truncada, la definición probabilidad se cumple

## Categoría 2: definiciones, propiedades y sus fundamentos

Para esta categoría se contemplaron dos tareas. En la primera, a los sujetos se les solicitó brindar una definición sobre la probabilidad clásica. Los indicadores de conocimiento propuestos para definir el objeto en estudio son: (1) conocimiento sobre el cociente del número de resultados favorables y el número de todos los resultados posibles al definir el significado clásico de probabilidad y (2) conocimiento de que los puntos muestrales del espacio muestral tienen que ser equiprobables al definir el significado clásico de probabilidad. Para el primer indicador, 11 sujetos evidencian conocimiento sobre el cociente y, para el segundo indicador, 6 sujetos aluden a la equiprobabilidad. Se destaca que 3 sujetos mencionan la propiedad de que la probabilidad es un número entre 0 y 1. En la figura 1, se presenta una respuesta representativa del sujeto 06-2 que manifiesta conocimiento para los indicadores (1) y (2):

Se define como la probabilidad de que un evento A ocurra:  

$$P(A) = \frac{\text{número resultados probables}}{\text{número resultados posibles}}$$
  
 Es importante destacar que los eventos deben ser equiprobables.

Figura 1. Respuesta del sujeto 06-2

En la segunda tarea se les pidió a los sujetos enunciar un evento seguro e imposible y calcular la probabilidad de estos. La tarea incluye 3 urnas (a, b y c), en cada urna hay bolas de color rojo y azul idénticas en tamaño y peso, lo que varía en cada urna es la cantidad de bolas rojas y azules. En la tabla 2, se presenta los indicadores de conocimiento para esta tarea y la cantidad de sujetos que evidenciaron conocimiento.

Tabla 2. Número de sujetos que evidencian los indicadores de conocimiento para la categoría 2: definiciones, propiedades y sus fundamentos

Indicador de conocimiento	Tarea 6
Conocimiento para deducir un evento seguro.	14
Conocimiento para deducir un evento imposible.	15
Conocimiento para deducir la probabilidad de un evento seguro	10
Conocimiento para deducir la probabilidad de un evento imposible	11

Como se puede apreciar en la tabla 2, hay sujetos que sí deducen eventos seguros e imposibles, pero, algunos no argumentan el por qué toman los valores de 0 y 1. A continuación, se presentan las respuestas de dos sujetos que evidencian conocimiento:

07-6b: Un evento seguro es sacar una bola de color azul o una de color rojo ya que todas las que están en cada urna son de esos colores 15/15

16-6c: Sacar una bola de color negra de cualquiera de las urnas la probabilidad de este evento es 0, ya que dentro de las urnas no existe una bola negra, sino que solo rojas y azules.

## Categoría 3: registros de representación

Se revisaron las respuestas de los sujetos en las seis tareas para examinar las representaciones aritméticas o verbales utilizadas al referirse a la probabilidad de un evento. Se destaca que 15 sujetos utilizan, al menos, dos distintos registros para

representar la probabilidad de un evento, el más frecuente es el uso de la representación fraccionaria. Solamente un sujeto utiliza una única representación para la probabilidad, la fraccionaria.

En la primera y segunda pregunta de la tarea 4, se les solicitó a los sujetos que representaran todos los puntos muestrales del experimento de lanzar, al mismo tiempo, una moneda y un dado de caras enumerados del 1 al 6; e indicar si conoce alguna otra forma distinta para representar los posibles resultados del mismo experimento. Para esta tarea se establecieron los siguientes indicadores de conocimiento: (1) representar todos los puntos muestrales del experimento; (2) conocer, al menos, dos formas distintas para representar todos los puntos muestrales de un experimento; y (3) interpretar los puntos muestrales del experimento dentro del registro de representación utilizado.

Todos los sujetos evidencian conocimiento para los indicadores (1) y (2) y 15 sujetos muestran conocimiento para el indicador (3), las representaciones utilizadas son: notación por extensión o pares ordenados (14 sujetos), diagrama de árbol (11 sujetos), tabla de doble entrada (5 sujetos), diagrama de Venn (1 sujeto), representación fraccionaria (3 sujetos) y dibujos (1 sujeto). En la figura 2 se presenta una respuesta que evidencia conocimiento:

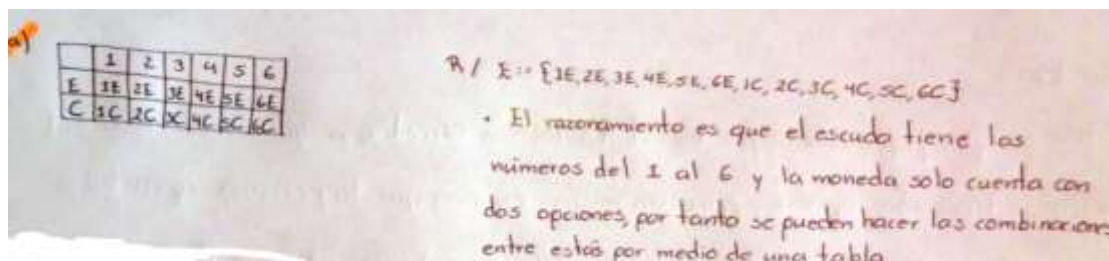


Figura 2. Representación por extensión y tabular del sujeto 09-4

Como se evidencia en la figura 2, el sujeto 09-4 utiliza una tabla de doble entrada para formar el espacio muestral, al hacer uso de esta representación le permite contar el número de puntos muestrales bajo el principio de multiplicación. Asimismo, el sujeto utiliza una representación por extensión, simboliza el espacio muestral del experimento compuesto por los dos experimentos simples, enumerando del 1 al 6 para el dado, y las letras E (escudo) y C (corona) para la moneda, para un total de 12 posibilidades.

#### Categoría 4: procedimientos

En la tabla 3, se muestran las dos tareas utilizadas para caracterizar el conocimiento en esta categoría

Tabla 3. Tareas 5 y 6a del cuestionario

Tarea 5	Tarea 6a
En un juego se utiliza una ruleta dividida en 4 sectores circulares de igual área, numerados con 1, 2, 3 y 5; y una urna con 3 bolas rojas (R) y 1 bola azul (A). El jugador gana si la ruleta se detiene en un número par y si saca una bola azul. Un estudiante, describe los posibles resultados: $\{1A; 2A; 3A; 5A; 1R; 2R; 3R; 5R\}$ . Y determina que la probabilidad de ganar es de $\frac{1}{8}$ ¿Es correcto el procedimiento del estudiante?	En un juego consiste en sacar una bola de alguna de las tres urnas: Urnas A: 2 bolas rojas y 1 bola azul Urnas B: 4 bolas rojas y 3 bolas azules Urnas C: 3 bolas rojas y 2 bolas azules ¿Cuál de las tres urnas tiene mayor probabilidad de ganar?

Se establecieron tres indicadores de conocimiento: (1) conocer las condiciones suficientes para aplicar la definición clásica en el cálculo de probabilidades; (2) aplicar el

procedimiento del cociente de casos favorables entre casos posibles en el cálculo de la probabilidad de un evento; y (3) conocer las características del resultado en el cálculo de la probabilidad de un evento.

En la tarea 5, 11 sujetos evidencian conocimiento para el indicador (1), al manifestar que no es posible utilizar la definición clásica porque en el espacio muestral no se están considerando todos los casos posibles, o bien, que cada punto muestral no es equiprobable, y de esos sujetos, 7 procesan correctamente el algoritmo de casos favorables entre posibles, evidenciado conocimiento para el indicador (2) y 8 sujetos conocen las características del resultado dentro del contexto, lo cual muestra conocimiento para el indicador (3). Además, dos sujetos demuestran conocimiento para la categoría de registros de representación al enumerar todos los puntos muestrales del experimento por extensión. En la figura 3, se muestra una respuesta representativa del sujeto 08-5, que evidencia conocimiento para los indicadores (1), (2), (3) y el indicador (1) de la categoría de registros de representación.

Falso  
 El espacio muestral que el estudiante realizó no está completo. El correcto sería  

$$S = \{(1,A), (1,A), (1,A), (1,R), (2,A), (2,A), (2,A), (2,R), (3,A), (3,A), (3,A), (3,R), (5,A), (5,A), (5,A), (5,R)\}$$
  
 Únicamente existe un caso ganador, por lo que la probabilidad sería  $\frac{1}{16}$

Figura 3. Respuesta del sujeto 08-5.

Para la tarea 6a, todos los sujetos evidencian conocimiento sobre las condiciones suficientes para aplicar la definición clásica (indicador 1) y sobre las características del resultado (indicador 3); 15 sujetos aplican la regla de Laplace (indicador 2). En la figura 4, se presenta una respuesta representativa del sujeto 13-6.

- En la urna 1 la probabilidad de ganar es  $\frac{2}{3}$  (0,6)
- En la urna 2 la probabilidad de ganar es  $\frac{4}{7}$  (0,5714)
- En la urna 3 la probabilidad de ganar es  $\frac{3}{5}$  (0,6)

El jugador tiene mayor probabilidad de ganar si extrae una bola de la urna 1.

Figura 4. Respuesta del sujeto 13-6.

## CONCLUSIONES

El análisis de las respuestas de los sujetos nos ha permitido determinar que evidencian conocimiento de las categorías del KoT consideradas para la noción clásica de probabilidad. En las categorías de registros de representación y de procedimientos se presentaron la mayor cantidad de evidencias de conocimiento y en la categoría fenomenología y aplicaciones hubo menos evidencias. Además, se han encontrado algunas respuestas de sujetos que han dado interpretaciones diferentes a las esperadas, pero correctas, como la independencia de eventos. Las evidencias de conocimiento halladas en este estudio pueden ser insumos para considerarse en el abordaje de la noción clásica de probabilidad en la formación inicial de profesores de matemática en la UNA y en programas formativos que contemplen estos temas.



## Referencias

- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. *Actas do II Encontro de probabilidades e estatística na escola*, 7-21. [https://www.academia.edu/26336328/Retos\\_para\\_la\\_formaci%C3%B3n\\_estad%C3%ADstica\\_de\\_los\\_profesores](https://www.academia.edu/26336328/Retos_para_la_formaci%C3%B3n_estad%C3%ADstica_de_los_profesores)
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 8(3), 247-263. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2096616>
- Batanero, C. (2020). Probability teaching and learning. In S. Lerman (ed), *Encyclopedia of mathematics education*, (p.p. 682-686). Springer. (Ed.). <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>
- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2014). A historical and philosophical perspective on probability. In J. Chernoff and B. Sriraman (Eds). *Probabilistic Thinking* (p.p. 7-34). Springer. <https://www.springer.com/gp/book/9789400771543>
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., ... & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Climent, N. (2019). El conocimiento del profesor. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M.T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 107-110). Salamanca, España: Ediciones Universidad Salamanca. <https://eusal.es/index.php/eusal/catalog/book/978-84-1311-073-8>
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, K. (2007). *Research methods in education* (6th ed.). Londres: Routledge
- Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* (Tesis Doctoral). Universidad de Huelva, España.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Cañizares, M. J. (1987). *Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Gómez, M. (2012). *Elementos de estadística descriptiva* (4ta ed.) San José, Costa Rica: EUNED.
- Liñan, M.M., Contreras, L.C., Barrera, V. (2016). Conocimiento de los Temas (KoT). En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 12 -20). SGSE: Huelva.
- Ministerio de Educación Pública (MEP) (2012). *Programas de estudio de matemáticas I, II y III ciclos de la educación general básica y ciclo diversificado*. San José, Costa Rica: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles Standards and for School Mathematics*. Reston, United States: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Skorokhod, V. (2005). *Basic principles and applications of probability theory*. Springer Science & Business Media. Moscow, Russian
- Vasco, D., Moriel, J. Jr. y Contreras, L.C. (2017). Subdominios del mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK). En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 29-37). Huelva: CGSE. <http://redmtsk.udec.cl/wp-content/uploads/avances-utilidades-y-retos-del-modelo-mtsk.pdf>