

EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL CONTENIDO DE ECUACIONES MANIFESTADO EN LA EVALUACIÓN DE DOCENTES DE PRIMARIA CHILENOS

**The professional Knowledge of the content of equations manifested in the
evaluation of Chilean elementary teachers**

Reyes-Escobar M; Moreno A.

Universidad de Granada

Temática. 3- MTS en diferentes temas y etapas.

Resumen. En este trabajo profundizamos el conocimiento profesional del contenido matemático que manifiestan los docentes en ejercicio en su evaluación docente. Se utiliza una metodología cualitativa, específicamente estudios de casos. Se analiza un portafolio de un docente que enseña ecuaciones en cuarto año básico con las categorías y subcategorías del Conocimiento Especializado del profesor de matemáticas hacia el conocimiento didáctico del contenido. Corresponde a una investigación en curso de una revisión de documentos elaborados en un portafolio, por profesores que enseñan matemáticas, en la evaluación docente de los años 2016 y 2017, donde realizan el primer módulo enfocados a dos tareas: planificación y reflexión sobre las características y dificultades de sus estudiantes. Se presentan las categorías del PCK encontradas en la tarea de planificación hacia la enseñanza de ecuaciones.

Palabras clave: Evaluación docente, conocimiento profesional, ecuaciones, conocimiento didáctico.

Abstract. In this work we deepen the professional knowledge of the mathematical content manifested by practicing teachers in their teaching evaluation. A qualitative methodology is used, specifically case studies. A portfolio of a teacher who teaches equations in fourth grade is analysed with the categories and subcategories of the Specialized Knowledge of the mathematics teacher towards the didactic knowledge of the content. It corresponds to an ongoing investigation of a review of documents prepared in a portfolio, by teachers who teach mathematics, in the teacher evaluation of the years 2016 and 2017, where they carry out the first module focused on two tasks: planning and reflection on the characteristics and difficulties of his students. The PCK categories found in the planning task towards teaching equations are presented.

Keywords. Teacher evaluation, professional knowledge, equations, specialized knowledge.

INTRODUCCIÓN

La inclusión del álgebra y la importancia que tiene este contenido, es lo que nos motiva a evaluar los conocimientos para la enseñanza del álgebra en profesores en ejercicio de educación primaria. Las nuevas bases curriculares han incorporado el álgebra en los últimos años en Chile y han establecido nuevos Objetivos de Aprendizaje (OA).

Chile comienza a ser miembro de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico desde enero del 2010. Para lograr este ingreso tuvo que modificar sus políticas de cooperación y de desarrollo con el fin de mejorar el bienestar económico y social de sus ciudadanos (Serrano, 2015). Modifica el sistema educativo y sigue lineamientos internacionales frente a las mediciones de estudiantes y docentes, tratando de eliminar la brecha existente.

Dentro de las mediciones de docentes, el desarrollo profesional docente en Chile se mide a través de cinco instrumentos: portafolio, pauta de autoevaluación, entrevista por un evaluador par, informe de referencia de terceros y prueba de conocimientos disciplinares

guiándose por el MBE, este marco define cuatro esferas del adecuado desempeño profesional: planificación y preparación de la enseñanza; creación de ambientes propicios para el aprendizaje; evaluación y reflexión sobre la práctica docente; evaluación sobre las tareas y responsabilidades profesionales (Assael y Pavez, 2008). El Portafolio es el instrumento fundamental de la evaluación docente por el peso que se le asigna al clasificar al profesorado en las categorías de desempeño y también porque es el que presenta el mayor poder discriminatorio (Gajardo, 2020).

Por otra parte, como lo expresan Blanton & Kaput (2005), la incorporación del álgebra en la educación básica primaria no es un asunto trivial, si se considera que, generalmente, los profesores de estos niveles no cuentan con una formación inicial exclusiva en matemáticas (Avalos y Matus, 2010), y que ello podría conducir a que su conocimiento carezca de profundidad disciplinar, imposibilitando comprender el cómo y el porqué del álgebra en primaria.

El tratamiento del álgebra en Chile se inicia mediante el estudio de patrones y desigualdades, para luego iniciar el desarrollo de ecuaciones y expresiones algebraicas mediante el análisis de situaciones asociadas al quehacer diario de los estudiantes. La enseñanza del Álgebra requiere que los docentes anticipen en su planificación: diferentes maneras de comprender e interpretar la variable, dificultades del significado del signo igual, estrategias para las diversas representaciones, obstáculos y errores frecuentes que presentan los estudiantes durante las situaciones de aprendizaje, con el fin de mejorar el proceso de enseñanza. En álgebra conviven diferentes representaciones que ayudan a hacer presentes los objetos matemáticos abstractos (Molina, 2014). Entre ellas se encuentran, principalmente el lenguaje verbal, el simbolismo algebraico y los sistemas de representación tabular, gráfico, numérico, pictóricos y manipulativos.

El contenido de ecuaciones involucra objetos matemáticos y en las planificaciones realizadas por los docentes hacia la enseñanza de ecuaciones en cuarto año básico, se analiza en qué medida aparecen estos objetos matemáticos: planteamiento de situaciones problemas, respecto a los elementos lingüísticos, desarrollo de lenguaje natural, representación pictórica, lenguaje simbólico, conceptos de igualdad, operaciones inversas; las propiedades conmutativa, asociativa, distributiva; y los procedimientos , construir expresiones algebraicas, representar ecuaciones, valorar expresiones algebraicas y verificar la igualdad.

De acuerdo a la problemática de las preguntas de investigación el objetivo de este estudio de caso es: Caracterizar el conocimiento del contenido de álgebra escolar puesto de manifiesto por un docente de enseñanza básica de cuarto año a partir de sus planificaciones en su evaluación docente, hacia el contenido de ecuaciones.

Existen líneas de avance del MTSK relacionadas con: análisis de procesos de construcción de conocimiento especializado en formación inicial y continua; diseño de materiales y tareas para la formación del profesorado basado en el MTSK, implementación y evaluación; conocimiento especializado del formador de profesores de matemáticas; construcción del MTSK; y el MTSK y otros modelos teóricos de didáctica de la matemática.

Relacionados con esta temática abordaremos las investigaciones en la línea de análisis de procesos de construcción (Climent, 2020) de conocimiento especializado en formación continua y aquellas investigaciones que utilizan el MTSK profundizando en el conocimiento del profesor de primaria.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada es transversal, descriptiva, cualitativa, y exploratoria para llevar a cabo la investigación y para tener un cuidadoso análisis se utilizará un software cualitativo. Se trata de una investigación transversal, ya que se realiza en un momento determinado entre los años 2016 y 2017 donde se recoge información de un grupo de docentes en ejercicio. El alcance de la investigación es de tipo descriptivo porque se realiza una recolección de información desde las planificaciones y reflexiones escritas por los docentes en torno a un objetivo de aprendizaje (OA). Tiene un enfoque cualitativo porque se realizan categorías de análisis, desde los criterios del MTSK. Posee un carácter exploratorio porque es una problemática que no está claramente definida y existen pocas investigaciones del conocimiento didáctico de docentes en ejercicio.

En el Conocimiento Didáctico del Contenido (MTSK) encontramos tres subdominios: KMT el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, que entrelaza el conocimiento sobre cómo aprenden los estudiantes con el conocimiento del contenido el KFLM es el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas desde la perspectiva de la estrategias para enseñar y el KMLS es el conocimiento de los estándares de aprendizajes de las matemáticas, aludiendo a los objetivos, contenidos, orientaciones metodológicas, criterios de evaluación y recursos establecidos para que el profesor se guíe en su labor de enseñanza. En esta investigación vamos a profundizar en el Conocimiento Didáctico del Contenido y en los conocimientos de cada subdominio (Carrillo, 2013).

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): En este subdominio encontramos el conocimiento que tiene el profesor de las vías, recursos y formas de enseñar matemáticas. Así, encontramos el conocimiento que posee de diferentes estrategias y teorías, institucionales o personales de enseñanza de las matemáticas. Y este subdominio incluye las siguientes categorías: Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza; recursos materiales y virtuales; y estrategias, técnicas y tareas.

Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): Este subdominio refleja el conocimiento que el profesor posee y ha desarrollado acerca de cómo se aprenden y piensan los contenidos matemáticos, así como de las formas que tienen los alumnos de interactuar con cada contenido. Y este subdominio incluye las siguientes categorías: Teorías de aprendizaje, Fortalezas y dificultades, Formas de interacción de los alumnos y Concepciones de los estudiantes.

Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): En este subdominio intentamos desarrollar una visión más amplia respecto de la noción de Conocimiento Curricular desarrollada en anteriores modelos. Su contenido abarca, por supuesto, los diferentes grados de profundidad en que un profesor pudiera conocer el currículo oficial, respecto de las matemáticas, vigente en el país en que imparte su docencia, y su concreción, en caso de existir, en un territorio concreto del mismo. Y este subdominio incluye las siguientes categorías: Contenidos Matemáticos, Conocimiento del Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental y Secuenciación de diversos Temas.

La Evaluación Docente tiene cinco instrumentos de evaluación: portafolio, pauta de autoevaluación, entrevista por un evaluador par, informe de referencia de terceros y prueba de conocimientos disciplinares que se miden con criterios del Marco de la Buena Enseñanza que define los conocimientos y las habilidades mínimas que los docentes deberían cumplir (Roa-Tampke, 2017). Para nuestra investigación nos centramos en el primer instrumento que es un portafolio redactado por docentes con tres módulos: el primer módulo de unidad pedagógica que contiene tres tareas: planificación, evaluación

y reflexión; el segundo módulo de una clase grabada de 40 minutos; y el tercer módulo de trabajo colaborativo. Para el desarrollo de esta investigación se analizan dos tareas del primer módulo: planificación y reflexión.

La clasificación de los portafolios se realiza en tres pasos: primero eligiendo el eje de contenido se opta por el eje de Patrones y Álgebra del año 2016 y 2017, se realiza una segunda clasificación por curso y finalmente una tercera clasificación por OA. Por lo tanto, los estudios de casos están relacionados a la cantidad relevante de portafolios por cursos y por OA y nos dará una panorámica del conocimiento didáctico del profesorado relacionado hacia el contenido de ecuaciones.

RESULTADOS

En el ámbito de las categorías de análisis se utiliza lo pertinente del modelo de los criterios por dominios del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) categorizando en la evaluación docente las planificaciones del eje de Patrones y álgebra y como se evidencia el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (PCK) del OA 14, de cuarto básico hacia el contenido de Ecuaciones. Se analiza un portafolio de cuarto año que es un producto escrito referente a un contenido matemático, conformada por tres planificaciones y reflexiones en torno al OA 14. Las planificaciones consisten en la descripción de la implementación de una unidad pedagógica de ocho horas, y la reflexión es analizar la experiencia de implementación de su propia práctica pedagógica.

Para realizar este primer estudio de casos, se revisan las planificaciones del módulo uno, a modo de ejemplo y presentamos dominios, subdominios, categorías, subcategorías y descriptores para el análisis de la unidad pedagógica. Cada uno de estos subdominios contempla una serie categorías y subcategorías que van a ir perfilando el conocimiento en cada uno de ellos; y estas categorías las usamos como una herramienta analítica del conocimiento cuando observamos las planificaciones y reflexiones que realizan los docentes hacia su portafolio. La revisión se realiza de acuerdo a las categorías del MTSK relacionadas con los tres subdominios: KMT, KFLM y el KMLS para el análisis. A continuación, presentamos los descriptores de las categorías de cada subdominio del PCK:

Categorías del KMT y sus descriptores : *D1.-Teorías personales e institucionalizadas de la enseñanza*: D1.1.- La organización de las definiciones, representaciones, procedimientos, ejemplos y tareas como teoría personal de enseñanza del concepto de ecuaciones.; *D2.-Recursos materiales y virtuales*: D2.1-La enseñanza de experimentos sencillos con una balanza de barra o un balancín simple para lograr equilibrio con varios objetos agregando o sacando la misma cantidad de objetos iguales en ambos lados y D2.2-La enseñanza utilizando: balanza, fichas de algeblock, software relacionados a la enseñanza de ecuaciones; *D3.-Actividades, tareas, ejemplos, ayudas*: D3.1.-Una estrategia para la enseñanza de las representaciones de ecuaciones, D3.2.-Una estrategia sobre analogías entre la igualdad y balanza, D3.3.-Una estrategia para la enseñanza sobre el uso de ejemplos y contraejemplos, D3.4.-Una estrategia para la enseñanza sobre situaciones cotidianas, D3.5.-Criterios para la selección de ejemplos y tareas en la enseñanza de ecuaciones y D3.6.-La traducción entre lenguaje formal y lenguaje cotidiano como parte de la estrategia de enseñanza.

Categorías del KFLM y sus descriptores: *E.1.-Formas de aprendizaje*: E.1.1.-Incluye el conocimiento de estructuras o teorías personales o institucionalizadas sobre el desarrollo cognitivo del estudiante para el contenido de ecuaciones; *E.2.-Fortalezas y dificultades*: E.2.1.-Las dificultades que presentan los estudiantes para comprender el concepto de igualdad, E.2.2.-Las dificultades que presentan para entender el signo de igualdad y

desigualdad , E.2.3.-Las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de ecuaciones, E.2.4.-Las dificultades de los estudiantes al trabajar con números incógnitos, E.2.5.-Las dificultades que presenta la comprensión de las letras, E.2.6-Las fortalezas de los estudiantes al evaluar expresiones algebraicas y E.2.7-La facilidad de los estudiantes para representar ecuaciones; *E.3.-Formas de interacción de los alumnos con el conocimiento:* E.3.1-Las técnicas utilizadas para formular ecuaciones, E.3.2.-Los procedimientos alternativos de los estudiantes para modelar las resoluciones de ecuaciones y E.3.3.-El vocabulario cotidiano de los estudiantes en el contexto de las ecuaciones; *E.4.-Concepciones de los estudiantes sobre la matemática:* E.4.1.-El conocimiento sobre las expectativas e intereses de los alumnos con respecto a las matemáticas y el abordaje de ecuaciones.

Categorías del KMLS y sus descriptores: *F.1.-Conocimientos que se requieren enseñar o expectativas de aprendizaje:* F.1.1-Lo estipulado como aprendizaje de los estudiantes sobre ecuaciones simples con el número incógnito y F.1.2-Lo estipulado como aprendizaje de los estudiantes sobre resoluciones de problemas de ecuaciones simples; *F.2.-Conocimiento del nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado:* F.2.1-Nivel de desarrollo conceptual de los estudiantes sobre conceptos asociados a igualdad, F.2.2-Nivel de desarrollo conceptual de los estudiantes sobre conceptos asociados a desigualdad, F.2.3-Nivel de desarrollo procedimental de los estudiantes sobre conceptos asociados a igualdad y desigualdad; *F.3.-Secuenciación de los distintos temas :* F.3.1-Ecuaciones simples que involucren adiciones con un número incógnito, F.3.2-Ecuaciones simples que involucren sustracciones con un número incógnito, F.3.3-Formulan ecuaciones con términos antecesor y sucesor, y F.3.4-Resuelve problemas, modelando las soluciones con ecuaciones de un paso que involucran números, en forma concreta o pictórica, manteniendo la igualdad.

Las categorías de análisis se realizan con el software MaxQda se generan las categorías a priori códigos, grupos de códigos que nos permiten visualizar de una manera objetiva lo realizado por los docentes en sus tareas de planificaciones. Se realiza la codificación con el análisis de las planificaciones relacionadas con el OA 14 de Ecuaciones. Este instrumento facilitó la codificación de categorías de forma simple y ordenada, haciendo referencia a la redacción de planificaciones.

Antes de categorizar los resultados es importante tener una visión general de los que establecen las bases curriculares para este nivel y este OA, hay planes y programas de estudio para cada nivel estructurados por unidad. Cada unidad presenta objetivos de aprendizaje con ejemplos de actividades y ejemplos de evaluación. Los ejemplos de actividades tienen para cada objetivo indicadores de evaluación sugeridos, ejemplos de actividades, en cada actividad presenta observaciones al docente, actitudes y habilidades involucradas. Los ejemplos de evaluación presentan indicadores y criterios de evaluación sugeridos.

Las actividades sugeridas en el programa de cuarto año básico para el OA 14, (Ministerio de Educación, 2018): Resuelven ecuaciones simples que involucran adiciones y sustracciones determinando el número que falta; realizan experimentos sencillos con una balanza; determinan con una balanza, en forma pictórica y simbólica; resuelven un problema, en forma concreta o pictórica con una balanza; crean adivinanzas con los números incógnitos; formulan ecuaciones que involucren los términos “sucesor” y “antecesor; resuelven problemas de la vida cotidiana modelando las resoluciones con ecuaciones.

A continuación, se presentan las figuras con categorías y códigos de cada descriptor.

Sistema de códigos

Código	Segmentos cod...
F.3.-Secuenciación de los distintos temas	9
F.2.-Conocimiento del nivel conceptual y procedimental	11
F.1.-Conocimientos que se requieren enseñar o expectativas de	11
E.4.-Concepciones de los estudiantes sobre la matemática	0
E.3.-Formas de interacción de los alumnos con el conocimiento	3
E.2.-Fortalezas y dificultades	7
E.1.-Formas de aprendizaje	5
D3.-Actividades, tareas, ejemplos, ayudas	13
D2.-Recursos materiales y virtuales	5
D1 Teorías personales e institucionalizadas	4

Figura 1. Índice de frecuencia de categorías

La figura 1 muestra las frecuencias de categorías por subdominios, la mayor corresponde al subdominio KMLS (31), la segunda al KMT (22) y la tercera al KFLM (10) porque es a través de los ejemplos mencionados en la planificación con lo que logran que los estudiantes puedan internalizar el concepto de igualdad, de ecuaciones y de incógnita. Se destaca en este subdominio los diferentes grados de profundidad en que un profesor pudiera conocer el currículo oficial, respecto de las matemáticas, el resultado encontrado en este portafolio, donde las siguientes categorías tuvieron una mayor frecuencia en estas planificaciones.

Ejemplos de cada categoría de los distintos subdominios con los párrafos de planificaciones del portafolio relacionados al mayor nivel de frecuencia para los códigos.

Vuelven a leer el ejercicio del inicio de la clase y observan como la docente, por medio de preguntas, representa el problema por medio del uso del modelo de barra, especificando las cantidades del total de lápices y de los de color rojo, mientras que se asocia a la cantidad de lápices azules como la incógnita.

Figura 2. D.3.- Actividades, tareas, ejemplos, ayudas(KMT)

Se aprecia en la figura 2 una estrategia para la enseñanza expresada en la planificación y que está relacionada a las representaciones de ecuaciones, contenido matemático que se requiere enseñar en donde se puede visualizar en el ejemplo la utilización de balanzas en forma concreta y pictórica, también utiliza material concreto para representar la igualdad con fichas de colores.

¿Hay alguna operación básica que podamos resolver? ¿Cómo puedo calcular el valor de X? ¿Cómo conservo la igualdad? ¿Cuál es el valor de la incógnita? ¿Cuál sería la respuesta?

Observan:

$$12 + x = 27$$

$$12 + x - 12 = 27 - 12$$

$$(12 - 12) + x = 27 - 12$$

$$0 + x = 15$$

$$x = 15$$

R: En la caja hay 15 fichas rojas.

Figura 3. E.2.- Fortalezas y dificultades (KFLM)

La figura 3 enlaza el contenido en el aprendizaje de ecuaciones, presenta un ejemplo en la planificación con inverso aditivo, porque es una de las mayores dificultades que arrastran los estudiantes, la docente explica cómo solucionar una ecuación sumando el inverso aditivo 12 en ambos lados de la igualdad para encontrar el valor de la incógnita, y el estudiante comprende estos procesos.

Inicio:
Los niños/as escuchan un problema matemático:
Un vendedor tiene en una caja un total de 58 lápices, de los cuales hay cierta cantidad de color rojo y la otra de color azul. Si se sabe que la caja contiene 19 lápices rojos, ¿cuántos lápices azules tiene para vender el caballero?
Responden: ¿Cuántos lápices hay en total? ¿Cuántos tipos de lápices tiene? ¿Cuántos lápices hay de cada uno?
¿Qué es lo que nos preguntan? ¿Qué valor debemos hallar? ¿Cómo lo podemos saber?

Figura 4. F.2.-Conocimiento del Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental (KMLS)

La figura 4 relacionada al descriptor lo estipulado como aprendizaje de los estudiantes sobre resoluciones de problemas de ecuaciones simples, porque es a través de los ejemplos asociados a la igualdad corresponden a enunciados verbales y conceptuales, con lo que logran que los estudiantes puedan internalizar el concepto de igualdad, de ecuaciones y de incógnita.

Referencias

- Assaél, J., & Pavez, J. (2016). La Construcción e Implementación del Sistema de Evaluación del Desempeño Docente Chileno: Principales Tensiones y Desafíos. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 1(2). Recuperado a partir de <https://revistas.uam.es/riee/article/view/4665>
- Ávalos, B., & Matus, C. (2010). La Formación Inicial Docente en Chile desde una Óptica Internacional. *Informe Nacional del Estudio Internacional IEA TEDS-M*.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412-446.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). *Investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 193- 200). Granada, España: Comares.
- Climent, N (14 de noviembre 2020) Investigando sobre el conocimientos del profesor de matemáticas.[archivo de video] [Dra. Nuria Climent Rodríguez](#)
- Gajardo Ibáñez, L., González González, D., & Gajardo Guevara, L. (2020). La evaluación docente en Chile: la actitud del profesorado hacia los instrumentos que evalúan el desempeño profesional docente.
- Molina, Marta (2014). Traducción del simbolismo algebraico al lenguaje verbal: indagando en la comprensión de estudiantes de diferentes niveles educativos. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 17(3), pp. 559-579.
- Ministerio de Educación (2018). Bases Curriculares Primero a Sexto básico. Santiago, Chile: Ministerio de Educación <http://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf>, accessed 15 July 2013.
- Roa-Tampe, K. A. (2017). La evaluación docente bajo la óptica del desarrollo profesional: el caso chileno. *Educación y Educadores*, 20(1), 41-61.
- Serrano, C. (2 de febrero de 2015). Mejoras en educación. La Tercera. Recuperado de <http://www.latercera.com/noticia/opinion/ideas-y-debates/2015/01/895-614967-9-mejoras-en-educacion.shtml>.