

UNA PROPUESTA DE MODELO DE CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO SOBRE EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN PRIMARIA

A proposal for a specialized knowledge model on the decimal numbering system in primary school.

Olvera, C.^a; García, E.^a; Escudero-Ávila, D.^b

^aUniversidad Autónoma de Querétaro; ^bSin adscripción actual

Temática: 3 – MTSK en diferentes temas y etapas

Resumen. El objetivo de este estudio es caracterizar el conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el Sistema de Numeración Decimal (SND). Para lograr dicho objetivo y desarrollar una metodología pertinente para su exploración y el diseño de tareas matemáticas que permitan recoger datos sobre lo que conocen los profesores, se propone el diseño de una propuesta teórica de análisis a partir del modelo MTSK, que describe y organiza el contenido en sus aspectos disciplinares y didácticos, situando el Sistema de Numeración Decimal, su comprensión y enseñanza, en el nivel de primaria.

Palabras clave. SND, MTSK, profesor, primaria.

Abstract. The objective of this study is to characterize the specialized knowledge of elementary school teachers about the Decimal Numbering System (DNS). To achieve this objective and to develop a relevant methodology for its exploration and the design of mathematical tasks that allow collecting data on what teachers know, we propose the design of an analysis guide based on the MTSK model, which describes and organizes the content in its disciplinary and didactic aspects, situating the Decimal Numbering System, its understanding and teaching, at the elementary school level.

Keywords. DNS, MTSK, teacher, primary.

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje del sistema de numeración decimal -en adelante SND- es clave en la formación escolar e implica una comprensión profunda como objeto matemático y como objeto cultural. En este sentido precisa una enseñanza que ayude al alumno a comprender su estructura y a reflexionar en sus características, que no sea dosificada ni reducida a resolver ejercicios (Terigi y Wolman, 2007).

Se presenta una propuesta teórica que parte de una problemática sobre el aprendizaje de las matemáticas en el contexto educativo mexicano. De acuerdo con resultados de la prueba PISA 2018 existe un rezago educativo en el área de matemáticas, pues solo el 1% de los alumnos alcanza una competencia matemática alta a pesar de que Matemáticas y Español son las asignaturas con más carga horaria en el currículo escolar. Uno de los propósitos generales de la enseñanza de las matemáticas en educación básica, expresado en el Plan de Estudios sobre los aprendizajes clave para la Educación Integral SEP (2019) es que los alumnos desarrollen una actitud positiva y crítica hacia las matemáticas, para desarrollar confianza en sus propias capacidades.

En relación con lo anterior y con el hecho de que el SND es base para la construcción de otros conocimientos, la apropiación y comprensión del mismo por parte de los alumnos influye en la adquisición de otros contenidos matemáticos. En la interacción de los

alumnos con el SND el docente es el mediador quien, a través de sus conocimientos, anticipa y guía el proceso de aprendizaje de los alumnos.

De acuerdo con el documento de perfiles y parámetros para el ingreso a la educación básica (SEP, 2019) se establece que “un buen docente conoce a sus alumnos y sabe cómo aprenden y lo que deben aprender, organiza y evalúa el trabajo educativo y realiza una intervención didáctica pertinente” (p. 12). Es así que el conocimiento para la enseñanza debiera, por tanto, abarcar el aspecto disciplinar y didáctico.

El plan de estudios vigente para la licenciatura en educación primaria en México, expresa en sus competencias profesionales del perfil de egreso, que los docentes deben establecer relaciones entre los conceptos y el logro de los aprendizajes, y desarrollar estrategias para que los alumnos se apropien de ellos. En matemáticas, específicamente en aritmética, uno de los propósitos de la enseñanza es que los futuros docentes conozcan las propiedades de los números y sus relaciones, y que desarrollen estrategias donde sus alumnos se puedan apropiar de los conceptos y nociones (DOF, 2018). Sin embargo, debido al carácter multidisciplinar de la formación docente, esto no es suficiente, pues además de conocer sobre las propiedades del SND en los dos cursos de aritmética que provee el plan de estudios, el docente debe desarrollar estrategias, seleccionar recursos, diseñar tareas y hacer intervenciones, por ello es preciso que el docente conozca cómo se organiza y estructura un contenido matemático en el currículo de primaria. Otro factor en relación con lo anterior, es que algunos de sus formadores no están especializados en la enseñanza de las matemáticas, lo que limita la profundidad con que se aprende el contenido matemático, dejando en la vocación de cada docente la decisión de cómo y cuánto profundizar en su conocimiento (Medrano et al., 2017).

Por tanto, interesa centrarse en el análisis de lo que conocen los profesores sobre el SND, los aprendizajes que han adquirido, derivados de su formación académica y su experiencia en las aulas. El propósito principal de la propuesta que presentamos es conocer el conocimiento que tiene el profesor de primaria sobre el SND y caracterizarlo.

Para lograr este propósito consideramos necesario partir de un análisis teórico sobre el conocimiento que se pretende caracterizar. Es por ello que en este reporte nos centraremos en mostrar una propuesta construida a partir de referentes teóricos de la didáctica de las matemáticas y del currículum vigente en Educación Básica en el contexto mexicano. Esta caracterización teórica se aborda desde el modelo para el conocimiento especializado MTSK Mathematics Teacher’s Especialised Knowledge (Carrillo-Yañez et al., 2018), el cual se utilizará para analizar el conocimiento de los profesores de primaria respecto a su enseñanza de las matemáticas sobre el SND. La estructura del modelo MTSK organiza el conocimiento matemático considerando aspectos disciplinares y didácticos, razón principal de nuestra elección.

EL MTSK COMO MODELO DE ANÁLISIS

El modelo MTSK permite analizar el conocimiento matemático y didáctico matemático del docente. Para identificar y definir el conocimiento que subyace en la enseñanza de un contenido es necesario conocer cómo se define y estructura dicho contenido. El modelo MTSK provee una especie de mapa que permite identificar de forma amplia los aspectos relacionados con un contenido matemático. Este modelo se ha utilizado en primaria en estudios como: la enseñanza de las rectas en geometría de una maestra de quinto grado (Liñán-García, 2017) y la enseñanza de los números racionales en sexto grado por parte de un profesor de matemáticas que trabaja en primaria (Rojas et al., 2015). De modo que la enseñanza de los contenidos matemáticos particulares es un tema de interés y por medio del modelo se ha podido analizar sobre dichos contenidos.

El SND es un sistema posicional de base diez, compuesto de diez símbolos (0,1,2, 3, 4, 5, 6 7, 8,9) que forman cantidades que se leen de derecha a izquierda, comenzando por el mayor, es multiplicativo y aditivo, es decir las cantidades que se forman son la suma de cada cifra multiplicada por su potencia según su posición (Cid, Godino y Batanero, 2003).

Una vez que se reconoce la estructura y propiedades de este sistema, puede explorarse también su construcción histórica para llegar a la convención que usamos hoy en día, la cual tomó por lo menos tres milenios. Los momentos clave en la construcción historia del SND fueron; la biyección, los agrupamientos y la escritura (Ifrah, 1987). El SND tiene su origen en la India, después se expandió al mundo árabe y Europa y se hizo popular gracias a la practicidad y economía en su escritura por ser un sistema posicional. Lo anterior permite reflexionar sobre el proceso de abstracción presente en la construcción del SND, y que resulta difícil para los alumnos, especialmente si este se dosifica y se reduce a instrucciones y resolución de algoritmos (Terigi y Wolman, 2007), pues el SND como objeto social deriva en conocimientos y concepciones por parte de los alumnos antes de entrar a la escuela, las cuales se confrontan con su enseñanza formal.

Como se ha mencionado pretendemos mostrar una propuesta de caracterización teórica del conocimiento matemático y didáctico asociado al SND en términos de los dominios y subdominios del modelo MTSK. En consecuencia, se ha construido una guía del conocimiento especializado del SND, con el propósito de afinar nuestra mirada sobre el conocimiento del profesor de primaria y diseñar una metodología que permita explorar este conocimiento.

Es preciso recordar que la descripción del SND se da en términos del conocimiento en primaria. Sus propiedades y elementos pueden ser exploradas en mayor profundidad y dar lugar a otras reflexiones, sin embargo, el análisis que se presenta se acota a la enseñanza en primaria. En este sentido, describiremos a continuación la propuesta teórica construida para caracterizar el conocimiento especializado del profesor de primaria sobre el SND, con la intención de discutirla con la comunidad de expertos.

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ASOCIADO AL SND

Este dominio se refiere al conocimiento profundo del sistema de numeración decimal, los contenidos, conceptos que lo integran, su estructura, propiedades, reglas de operación, sus relaciones inter conceptuales y cómo se organiza en torno a la práctica matemática. A continuación, se describe cada subdominio y las categorías que lo integran.

Conocimiento de los temas KoT

Implica un conocimiento amplio para el caso del SND. Se espera que el profesor conozca las definiciones, conceptos, fenómenos, procedimientos, saber cómo se organiza el SND en el currículo de primaria. Los temas que lo componen, los conceptos y definiciones pertinentes al SND y cuáles fenómenos ayudan a producir conocimiento. Lo conforman las siguientes categorías.

Fenomenología: Los modelos atribuibles a un tema visto como fenómenos que pueden generar conocimiento matemático del SND, tales como la agrupación y descomposición aditiva que consiste en descomponer una cantidad en cada uno de los agrupamientos que la conforman y la potencia que los multiplica. La lectura y escritura de números permite conocer las reglas orales y escritas del sistema y sus irregularidades (Terigi y Wolman, 2007). Por ejemplo, al escribir 10 000 (diez mil) se puede observar que después de los millares, los nombres de los agrupamientos están compuestos por los anteriores.

Propiedades: Que el docente conozca la propiedad multiplicativa y aditiva del SND, es decir que las cantidades que se forman en el SND, son la suma de cada uno de los agrupamientos y la potencia que los multiplica ($4358=4\times 1000+3\times 100+5\times 10+8$). Conocer el valor de posición implicado en el sistema, pues cada número en una cantidad tiene un valor absoluto y otro de acuerdo a su posición, por ejemplo, en 320, el 3 vale a su vez 300 (Cid, Godino y Batanero, 2003).

Conceptos y definiciones: Se espera que el profesor conozca que el sistema de numeración decimal es un sistema aditivo, multiplicativo y posicional y los conceptos que se relacionan con su estructura (Cid, Godino y Batanero, 2003; Bedoya y Orozco, 1991; Broitman, 2014).

- Los dígitos: numerales consecutivos que sirven para formar cantidades de manera infinita, repitiéndolos, gracias al valor de posición, en el SND son diez
- Los agrupamientos: integración de diez elementos que a su vez se integra en otro, también se llaman unidades de orden
- El cero: numeral que expresa la ausencia de un agrupamiento, fue integrado por diversas culturas
- Valor de posición: valor de un número de acuerdo a la posición que ocupa en una cantidad (en el 32 el tres vale 3 y 30)
- Base: indica el total de elementos agrupados donde se vuelve a iniciar el conteo, el SND es base 10

Registros de representación: El SND tiene dos representaciones, oral y escrita. La oral tiene irregularidades en la serie del 11 al 15, y repite los agrupamientos en los números mayores de mil como (diez mil= 10 000). La relación entre ambas representaciones está dada por el valor de posición (Cid, Godino y Batanero, 2003). Esto nos permite expresar oralmente doscientos quince, pero escribir 215.

Procedimientos: El conocimiento por parte del profesor de que las propiedades del SND permiten el funcionamiento de los algoritmos convencionales y heurísticos. El conocimiento de procedimientos que ayudan a la comprensión de otros, como apoyarse en la oralidad del SND al enunciar cantidades para construir la notación desarrollada.

Conocimiento de la estructura matemática KSM

El conocimiento de las relaciones inter conceptuales de los conceptos y propiedades del SND, por ejemplo, la relación entre el valor de posición de un número y los agrupamientos de decenas, centenas y millares. Estas conexiones consideran la temporalidad que permite secuenciar un tema, y la delimitación para saber hasta donde son viables las relaciones entre contenidos. A continuación, se describen las conexiones de conocimientos avanzados y elementales que se presentan en el SND.

Conexiones de complejización: Relación entre los agrupamientos o unidades de orden y el valor de posición. La relación entre potencia y raíz. La resolución de las operaciones básicas implica relaciones con las propiedades del SND (Marín, 2000), como el valor de posición, y el manejo de los agrupamientos. Se requiere el dominio de una propiedad para abordar otra, dominar la serie numérica permite trabajar en la recursividad de la misma.

Conexiones de simplificación La expresión matemática de una suma de diferentes maneras como antecedente a la descomposición aditiva ($45=10+10+10+10+5$ o $45=4\times 10+5\times 1$ o $45=40+5$). El manejo de la serie oral y escrita por parte de los alumnos en los primeros grados es posible gracias a los aprendizajes adquiridos en educación infantil

como la enumeración, el conteo y la correspondencia del total de una colección con su cardinal, antes de agrupar en diez es preciso conocer qué significa el valor total de un número (Miranda et al., 2018).

Conocimiento de la práctica matemática KPM

Destaca la importancia de que el profesor no solo conozca resultados matemáticos establecidos, sino formas de proceder para llegar a ellos, saber cómo se explora y genera el conocimiento matemático. Para este subdominio se han construido dos categorías:

Prácticas ligadas a la matemática en general: El conocimiento matemático que subyace en su enseñanza, característico de la matemática, diferente a otras áreas de conocimiento como: la argumentación. Esto se refiere a que el docente a través de sus conocimientos pueda explicar cómo funcionan algunos procedimientos relacionados con el SND, como la práctica de “llevar uno”. En matemáticas, el aprendizaje está vinculado fuertemente con la reflexión y el análisis.

Pensamiento inductivo: Dar ejemplos, hacer tanteos, casos particulares y modificar algunas condiciones, ver qué sucede. Como muestra, llegar al concepto de valor de posición, comenzando con la suma de agrupamientos, después multiplicar por un mismo número diferentes agrupamientos por ejemplo 3×100 y 3×10 , de modo que se observa que siendo el mismo número su valor puede cambiar según el agrupamiento que lo multiplica.

Prácticas ligadas a una temática matemática: Conocimiento por parte del profesor respecto a que la enseñanza del SND en educación primaria está ligada a su uso (SEP, 2019). Se aprende la serie mientras se cuentan colecciones, se conocen los agrupamientos al tiempo que se forman agrupamientos de diversas cantidades de objetos, se escriben cifras y se comparan de acuerdo a diversos criterios, se aprende del valor de posición en la resolución de algoritmos, la descomposición aditiva permite reflexionar sobre la propiedad multiplicativa del SND.

CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO PCK

Hemos mostrado la organización del SND en cuanto al conocimiento matemático, ahora se describirá el conocimiento del SND en el ámbito de la didáctica del profesor la cual se remite más allá de la enseñanza.

Conocimiento de las características de aprendizaje de los alumnos KFLM

No se refiere a las características personales de los estudiantes, sino aquellas derivadas de la interacción por parte del alumno con el objeto de conocimiento. Se tienen las siguientes categorías.

Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido matemático: Conocimiento de las dificultades epistemológicas como la comprensión en el uso del cero, qué implica el cero en una cantidad y cómo opera el cero en una suma o en una resta, que el docente conozca sobre el cero en la historia del SND, porqué fue creado debido a una necesidad de representar la ausencia de algo, ya que era insuficiente con los símbolos que se tenían (Broitman, 2014). Conocimiento de los errores de escritura en las cantidades, a causa de la diferencia entre oralidad y escritura del sistema, la dificultad para comprender el valor de posición. Entre las fortalezas están, las habilidades y estrategias de los alumnos de apoyarse en la regularidad de la serie numérica para aprenderse los números.

Formas de interacción con un contenido matemático asociadas a su aprendizaje: Conocimiento de las estrategias que desarrollan los alumnos al enfrentarse con tareas

matemáticas del SND. El aprendizaje del SND es secuenciado, ello implica aprender conceptos y luego ponerlos a prueba para construir otros, por ejemplo, el valor de los números enteros respecto de su posición, cambia al aprender sobre los decimales. Otros aspectos de acuerdo con Lerner y Sadovsky (1994) son, que los alumnos consideran que la cantidad de cifras corresponde con su magnitud, es decir entre más cifras tiene es mayor, que los números no se escriben como se escuchan y yuxtaponen las cantidades, escriben 304 para 34.

Intereses y expectativas de los estudiantes sobre el abordaje de un contenido matemático: Conocimiento de lo que los alumnos piensan sobre las matemáticas, si creen que deben memorizar las reglas de operación de los algoritmos como el valor de posición, en vez de reflexionar cómo funcionan, creer que el SND de la escuela no tienen que ver son su vida real y futuras situaciones. A partir de estas ideas y concepciones el docente interviene para mostrar el enfoque cultural y social de las matemáticas y del SND (Terigi y Wolman, 2007)

Teorías formales y/o personales asociadas al aprendizaje de un contenido matemático: Que el profesor conozca resultados de investigación sobre el conteo, la enumeración, la serie numérica, el agrupamiento. Teorías de la construcción del número como los principios del conteo de Gelman y Gallistel (1978) citado en Miranda et al. (2018), que le ayuden a identificar dificultades y errores en el aprendizaje de la serie en los primeros grados e intervenir su enseñanza.

Conocimiento de la enseñanza matemática KMT

Se refiere al conocimiento de recursos, materiales, modos de presentar el contenido, uso de ejemplos, analogías adecuadas, todo ello en relación con el SND, y cómo este incide en la enseñanza, no se incluyen técnicas de control de grupo o de enseñanza general del docente. Para este subdominio se han considerado tres categorías:

Teorías de enseñanza asociadas a un contenido matemático: El conocimiento que puede tener un profesor de que la enseñanza del SND será progresiva en todos los grados de primaria y toma aspectos de teorías de aprendizaje del SND. Conocer que debe considerar elementos del SND como la base, los dígitos de la serie y la potencia que se establecen en el KoT para fundamentar la enseñanza de los agrupamientos y el valor de posición (Bedoya y Orozco, 1991).

Recursos materiales y/o virtuales de enseñanza asociados a un contenido matemático: conocer cómo, en qué momento, con relación a qué contenido usar materiales como: regletas, cubos de dienes, dados, dominós, ábacos saber cuáles son las limitaciones y potencialidades de estos materiales con respecto al SND. En este caso el uso del dinero (moneda mexicana) por su similitud con los agrupamientos del SND (Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación, 2004)

Estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de un contenido matemático: Conocimiento del diseño y uso de diferentes tareas matemáticas con la finalidad de abordar el SND. El conocimiento del profesor de estrategias y tareas acordes al grado y nivel de comprensión de los alumnos y el concepto que se desea potenciar; la integración de diversas colecciones para trabajar la serie en primeros grados. Descomposición aditiva, contar y organizar grandes cantidades de objetos para trabajar las unidades de orden en grados intermedios. Lectura de datos como, las estadísticas de población mundial, la extensión territorial, para escribir y leer números de más de 5 cifras en los últimos grados. Uso del cálculo mental para reflexionar sobre las propiedades del SND.

Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas KLMS

Conocimiento de lo que está estipulado que aprenda un estudiante. Conocimiento de la organización del currículo de primaria en torno al SND, los estándares de matemáticas, lo que se espera en determinado nivel escolar, los contenidos y cómo se estructuran, el nivel de aprendizaje adecuado para su enseñanza. Se consideran las categorías:

Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para un contenido en un determinado momento escolar: Se espera que el profesor conozca el desarrollo gradual del SND en los 6 grados de primaria, y por ende las habilidades que debe potenciar en sus estudiantes. El programa de estudio Aprendizajes Clave para la Educación Integral (SEP, 2019) trabaja con el SND y sus características respecto a la serie numérica, los agrupamientos hasta 100 y la base en los primeros grados. El valor de posición, los agrupamientos y la descomposición aditiva se presentan en tercer grado. Las características del SND en relación con otros sistemas numéricos se ven en quinto grado. Para sexto grado se debiera tener un conocimiento general del SND que permita operar con él eficientemente.

Secuenciación de diversos temas: El conocimiento del profesor de la secuencia que siguen los temas relacionados con el SND en cuanto al programa de estudios divide el libro, las lecciones abordan el conocimiento de la serie, regularidad y agrupamientos, operaciones de conteo y suma de agrupamientos., libro para el maestro, libro para el alumno. Conocer la organización temporal y temática de las actividades que se proponen en cada uno. En primer y segundo grado (SEP, 2019) el aprendizaje clave a desarrollar es: “lee, escribe y ordena números hasta 100 y 1000”, el cual se desarrolla en los primeros trayectos formativos del libro.

En el plan de estudios 2011 vigente (SEP, 2011), el aprendizaje esperado que se desarrolla de tercero a sexto es “lee, escribe y produce números de hasta cuatro cifras”. Las lecciones abordan el valor de posición, la descomposición aditiva en unidades, decenas, centenas y millares, la lectura y escritura de números hasta cuatro cifras, además de la recta numérica en tercer grado. En cuarto se introducen los decimales. En quinto se hace una comparación entre los sistemas de numeración egipcio, romano y maya con el nuestro, y en sexto se trabaja con lectura y escritura de grandes cantidades y el principio de densidad de los decimales.

CONCLUSIONES

La construcción del MTSK del SND se construyó considerando el desarrollo de este contenido en la educación primaria a lo largo de los seis años de formación, de acuerdo a los programas de estudio vigentes, y con elementos de la didáctica de las matemáticas que refieren al aprendizaje del SND. Por tanto, la propuesta teórica presentada es una guía para identificar el conocimiento que posee el profesor de primaria (Carrillo-Yañez et al., 2018), considerando que cada elemento del MTSK se sitúa en y para la enseñanza en educación primaria. Es así que algunas categorías no se incluyen en la propuesta, por ejemplo, las demostraciones matemáticas, debido a que no es un conocimiento que se trabaja en primaria. En una etapa posterior de la investigación, se utilizará este modelo teórico del SND como guía para el diseño metodológico en una fase empírica de obtención de datos con profesores. De acuerdo con Ponte (2012) los profesores aprenden a partir de su actividad y de la reflexión sobre ella, por lo tanto, los conocimientos matemáticos y la experiencia diaria en el aula es fundamental.

Referencias

- Diario Oficial de la Federación (DOF). Acuerdo N°14/07/18 por el que se establecen los planes y programas de estudio de las licenciaturas para la formación de maestros de educación básica. Diario oficial de la federación, Estados Unidos Mexicanos, Presidencia de la República, México, 3/08/2018.
- Broitman, C., Grimaldi, V., y Ponce, H. (2014). *El valor posicional, reflexiones y propuestas para su enseñanza*. Ciudad autónoma de Buenos Aires, Santillana
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Cid, E., Godino, D., J., y Batanero, C., (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros, manual para el estudiante*. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- George, I. (1987). *Las cifras. Historia de una gran invención*. Alianza Editorial.
- Lerner, D., y Sadosky, P. (1994). *El sistema de numeración: un problema didáctico*. En Parra, C., y Salz, I., (1994). *Didáctica de las matemáticas*: Paidós.
- Liñán-García, M. (2017). Conocimiento especializado en geometría en un aula de 5° de primaria. [Tesis doctoral] Universidad de Huelva, España.
- Marín, A., (2000). Principios y estándares para la educación matemática del National Council of Teachers of Mathematics (traducción al castellano de la versión americana). Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE LA NACIÓN. 2004. *Juegos en matemática EGB1 el juego como recurso para aprender material para maestro*. Buenos Aires.
- Miranda, F., Rodríguez, E. J., López, F., y Romero, P. (2018). ¿Cómo Cuentan cuando Cuentan? Cardinalidad en Niños de Preescolar. *Acta de Investigación Psicológica*, 8(3), 25–35. <https://doi.org/10.22201/fpsi.20074719e.2018.3.03>
- Bedoya, E. y Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de numeración decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 3(11-12), 55-62.
- Osuna, C., y Diaz., K.M., (2020). El logro de los aprendizajes en Matemáticas en PISA, ENLACE, y PLANEA en Adolescentes mexicanos. Un análisis retrospectivo. *Archivos analíticos de políticas educativas*, 28 (28).
- Ponte, J.P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. En N. Planas (Ed.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp.83-98). España: Editorial Graó.
- Rojas, N., Flores, P., y Carrillo, J. (2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51), 143–166. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>
- SEP (2011). *Plan y programas de estudio 2011*. Obtenido de <https://www.gob.mx/sep/documentos/programa-tercer-grado-espanol?state=published>
- SEP (2019). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral, Educación Primaria 3°*. Obtenido de https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/primaria/3grado/1LpM-Primaria3grado_Digital.pdf
- Terigi, F., y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de educación*, 43, 59-83.